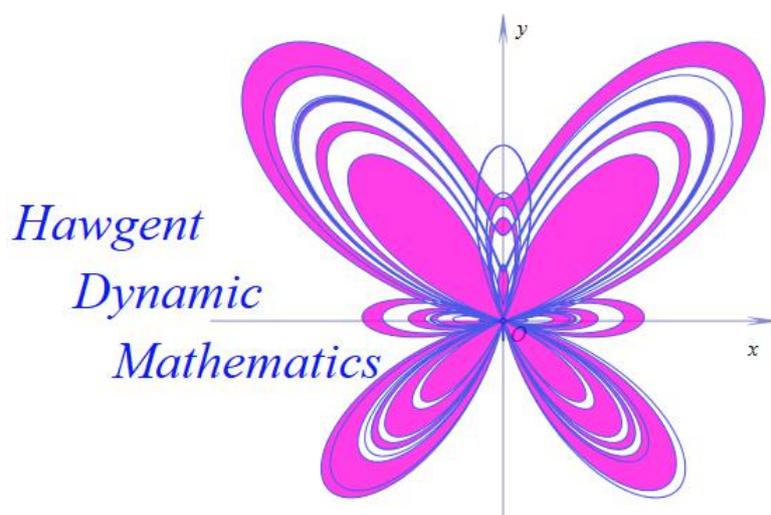


广东省教育资源公共服务平台培训课程系列

动态数学工具与资源平台 培训手册



广东省教育技术中心
皓骏（广州）数学技术中心

2017.11

目 录

第一部分 动态数学平台的下载与安装.....	1
1.1、安装动态数学软件.....	2
1.2、登陆动态数学软件.....	5
1.3、下载动态数学资源.....	6
1.4、动态服务团队简介.....	7
第二部分 动态数学工具及资源简介.....	8
2.1、什么是动态数学技术.....	9
2.2、动态数学的主要功能.....	10
2.3、动态数学的主要作用.....	15
2.4、动态数学的教育价值.....	18
2.5、动态数学的研发背景.....	21
2.6、动态数学资源的种类.....	25
第三部分 动态数学工具快速入门.....	32
3.1、工具的操作界面.....	33
3.2、绘制任意正方形.....	38
3.3、特殊平行四边形.....	41
3.4、旋转放缩画邻点.....	44
3.5、固定中心连续转.....	46
3.6、数值平移位置定.....	48
3.7、利用坐标表关系.....	50
3.8、二次函数的图像.....	51
3.9、反比例函数曲线.....	56
3.10、指数函数的图像.....	57
3.11、参数方程的曲线.....	59
3.12、极坐标方程曲线.....	64
第四部分 动态数学专题功能介绍.....	66
4.1、变量小尺.....	67
4.2、属性设置.....	69
4.3、操作案例.....	80
4.4、截图工具.....	81
4.5、对象关联.....	83
4.6、视图窗口.....	87
4.7、作图规则.....	91
4.8、轨迹曲线.....	97
4.9、跟踪对象.....	103
4.10、对象迭代.....	105
4.11、公式文本.....	113
4.12、初识测量.....	117
4.13、动作按钮.....	129
4.14、图形变换.....	139
4.15、程序按钮.....	144

第一部分 动态数学平台的下载与安装

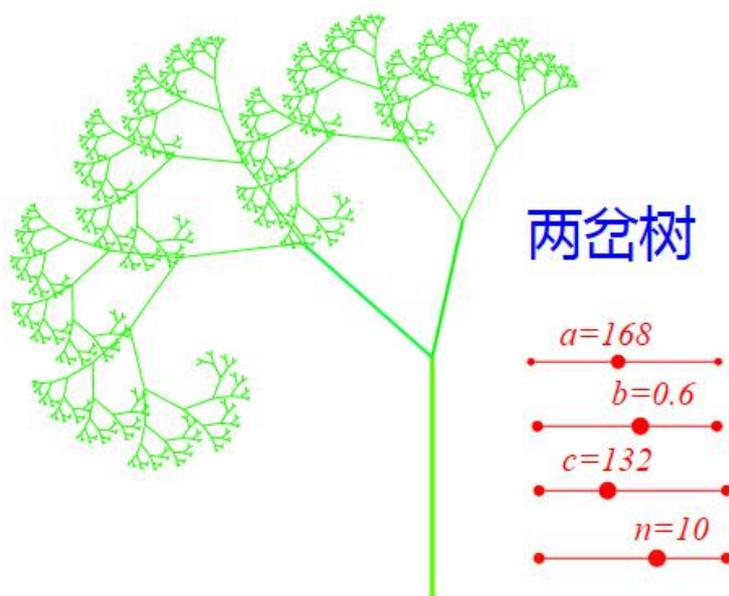
通过这一部分，你将了解到：

如何下载与安装动态数学软件.

如何无限制使用动态数学软件.

如何下载与整理动态数学资源.

遇到问题向谁求助或如何解决.



1.1、安装动态数学软件

步骤 1: 输入网址: <http://zy.gdedu.gov.cn/>进入广东省教育资源公共服务平台.

步骤 2: 登陆广东省教育资源公共服务平台: 如下图所示, 在右侧输入用户名与密码后, 单击【立即登陆】按钮.



步骤 3: 单击首页导航栏中的【应用】栏目, 即可看到下方的 Hawgent 皓骏动态数学平台项目.



步骤 4: 单击 Hawgent 动态数学平台, 可以看到它的简介, 如下图所示, 单击【进入应用】按钮, 即可进入软件与资源的下载界面.

这里面有动态数学软件的下载链接、动态数学资源的下载链接、动态数学课程及配套资源的下载链接.

步骤 5: 继续单击【动态数学软件】按钮, 如下图所示, 即可进入动态数学工具下载页面.

名称: 皓骏(Hawgent)动态数学工具资源平台

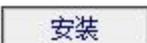
版本: 1.0.0.11

发行者: 广州市皓骏教育科技有限公司

以下系统必备组件是必需的:

- Microsoft .NET Framework 4.5.2 (x86 和 x64)

如果已经安装了这些组件,您可以立即启动该应用程序。否则,请单击下面的按钮,安装系统必备组件并运行该应用程序。

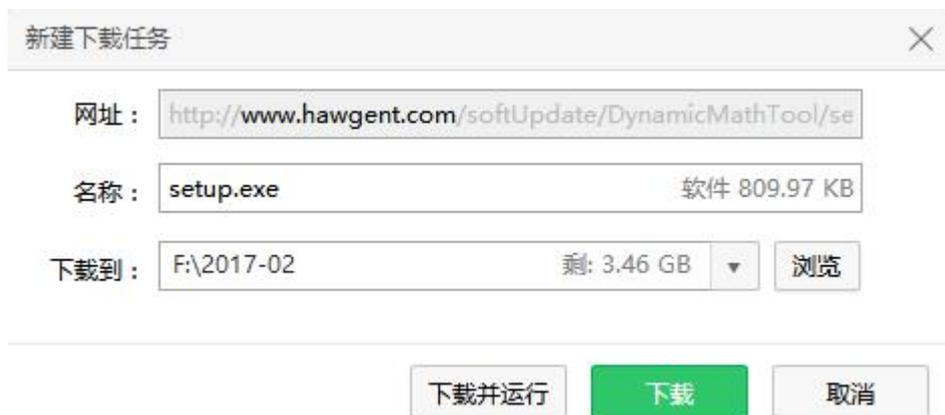


从这个界面可以看出,对计算机操作系统的要求是具有组件 Microsoft.Net Framework4.5.2.

这说明动态数学软件的运行系统是 windows7 或更新的版本. 例如过去已经被淘汰的 Windows XP 不能安装 Microsoft.Net Framework4.5.2, 那么就不能运行该软件. 遇到这种情况请联系 Hawgent 皓骏动态数学团队 (李老师, QQ: 1957728334) .

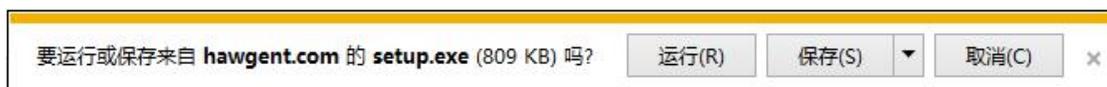
步骤 6: 直接单击【安装】按钮,即可启动安装程序.

不同的浏览器具有不同的反应,例如,360 浏览器弹出的窗口如下,单击【下载并运行】即可开始下载文件,并在下载完成后自行开始执行这个文件.



IE 浏览器弹出的窗口如下,单击【下载并运行】即可开始下载文件,并在

下载完成后自行开始执行这个文件。



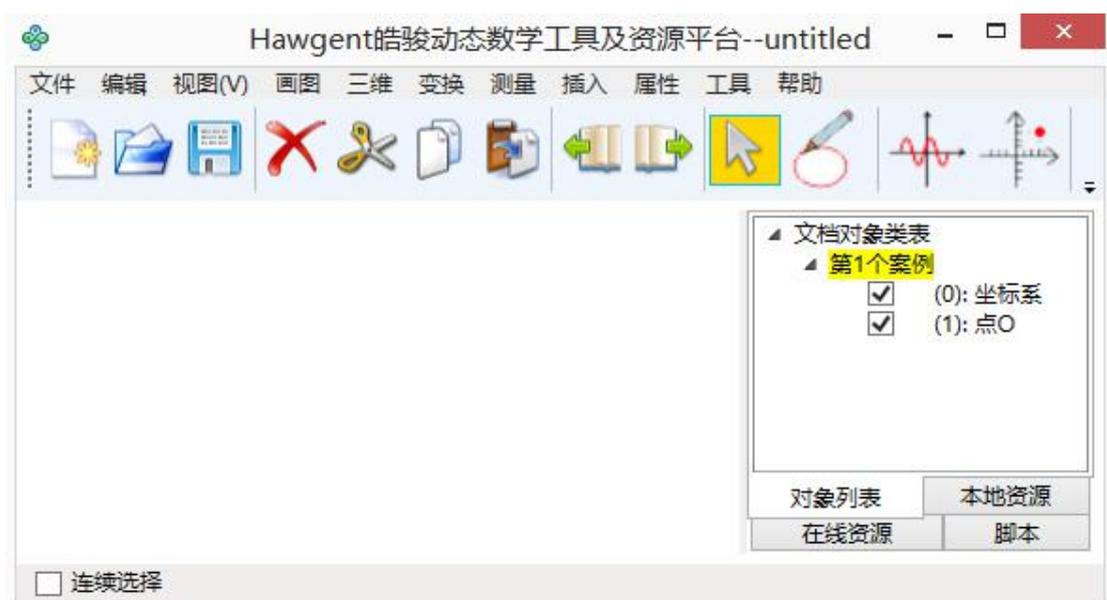
基于 Windows 系统的安全考虑，可能会出现以下界面，这时单击【更多信息】进入下一个状态。



步骤 7: 单击【仍要运行】，接下来，系统便会自动完成安装。



安装完成后便会自动弹出动态数学软件的界面，如下图所示。



1.2、登陆动态数学软件

步骤 1: 单击工具条中的登陆工具，如下图所示，在弹出的用户登陆对话框中输入用户名与密码。



步骤 2: 单击【登陆】按钮，即可自动登陆到广东省教育资源公共服务平台。结果如下图所示，在软件的标题栏可以显示你的单位与个人信息。



通过动态数学工具软件登陆到广东省教育资源公共服务平台，获得验证后，动态数学工具软件的功能都可以使用。否则，部分功能受限，

1.3、下载动态数学资源

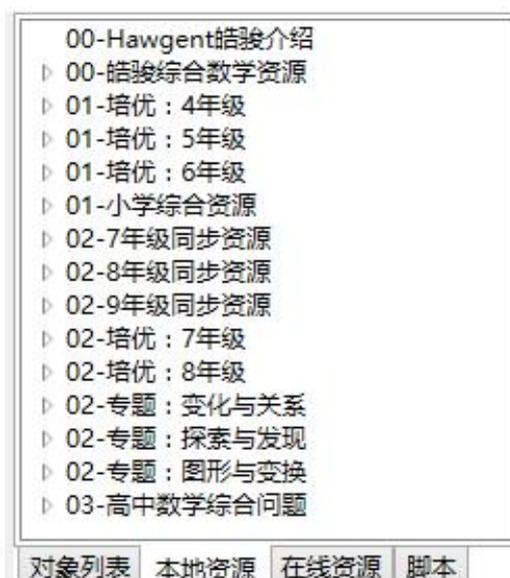
步骤 1：通过广东省教育资源公共服务平台的【应用】栏目，进入 Hawgent 动态数学平台，如下图所示，单击【进入应用】按钮，进入软件与资源下载界面。



步骤 2：单击动态数学资源的下载链接，即可自动下载并保存 zip 格式的压缩文件。

步骤 3：单击 Hawgent 皓骏动态数学软件【帮助】菜单中的【整理资源】，打开存放资源的系统目录，将文件 zip 格式的压缩文件解压缩后，复制到该目录下即可。

步骤 4：关闭 Hawgent 皓骏动态数学软件，再重新启动软件，如下图所示，可以看到本地资源中的列表。今后，还可以继续在系统目录中存放或整理资源。



1.4、动态服务团队简介

广东省教育资源公共服务平台动态数学工具软件及教学资源（以下简称：动态数学平台）由 **Hawgent** 皓骏数学技术中心承建。

在使用动态数学平台的过程中遇到任何问题,敬请请与 **Hawgent** 皓骏团队进行联系。

技术支持：李慧娇老师 13342891036, 1957728334@qq.com

技术支持：刘彦冬老师 13316135636, 3010768868@qq.com

项目主管：廖 恋老师 13318725636, 1036232446@qq.com

项目主管：谭志国经理 13318715636, 2558071641@qq.com

总负责人：左传波老师 13825085636, 11033149@qq.com

我们能够为学校、教师与学生提供的服务与支持,包括但不限于以下几个方面:

- (1) 提供动态数学平台的下载与安装咨询.
- (2) 提供动态数学工具的技术培训与指导.
- (3) 提供动态数学教学资源的设计与制作.
- (4) 提供动态数学技术支持下的教学建议.

第二部分 动态数学工具及资源简介

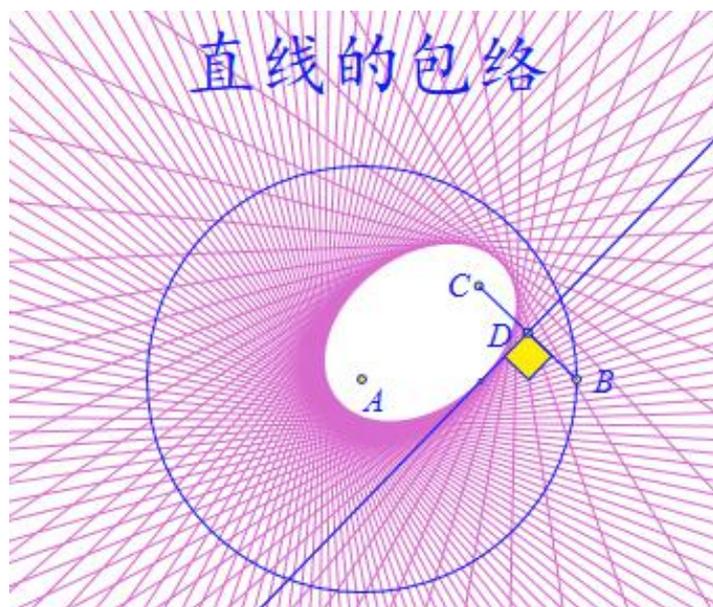
通过这一部分，你将了解到：

什么是动态数学？

动态数学工具有哪些功能？

动态数学的教育价值是什么？

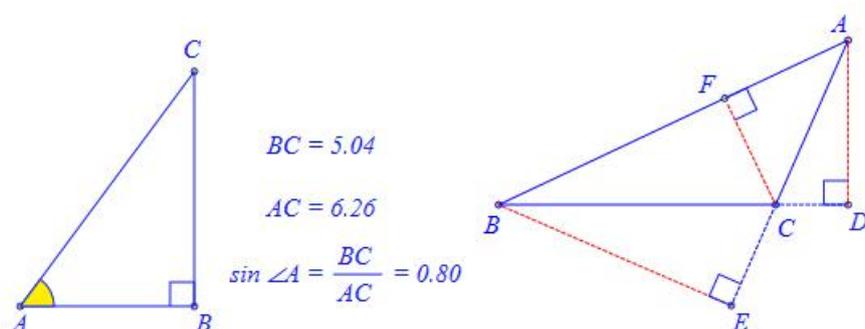
为教师的教与学生的学提供了哪些资源？



2.1、什么是动态数学技术

数学所研究的对象是抽象的，描述数学对象的语言是严谨的。因此，学生会感到数学概念和问题难以理解、数学公式和定理非常枯燥、数学方法和思想难以掌握。

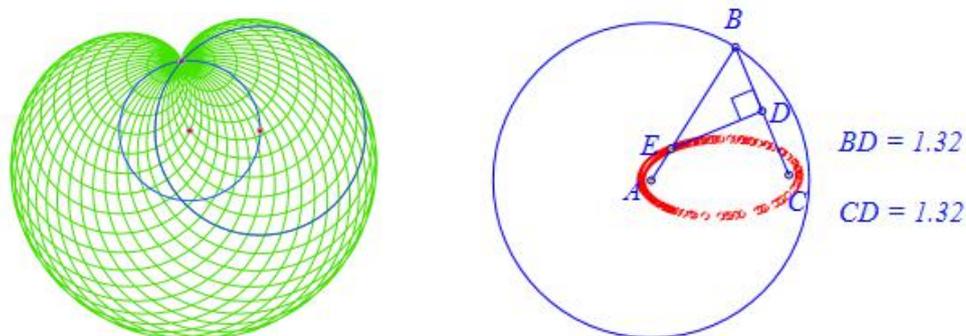
例如，对于小学生来说难以理解钝角三角形有三条高，对于初中生来说很难明白 $\sin 90^\circ$ 为什么会等于 1，对于高中生来说他们搞不清楚描述函数单调性的语言为什么要那么繁琐。



动态数学的出现，让数学和数学教学的面貌焕然一新。因为，它能：

让数学变得更直观、更形象、更便于理解，从而帮助更多的人学好数学；

让数学变得更有趣、更好玩、更有吸引力，从而帮助更多的人喜欢数学。

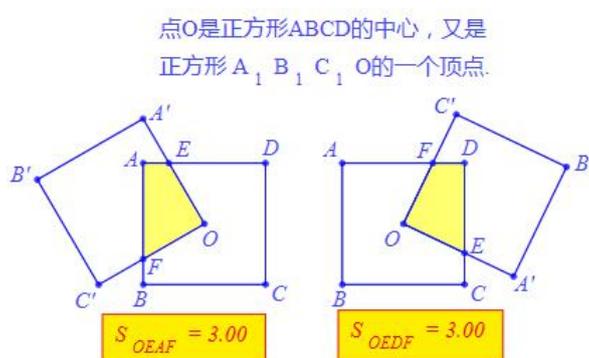


所谓动态数学，就是在计算机上作出的数学图形在变化过程中，数学对象之间的数学关系和数学性质保持不变。由此可以探索变化的数学对象之间不变的数学规律。这正是数学教学、数学学习和数学研究的过程所需要的。

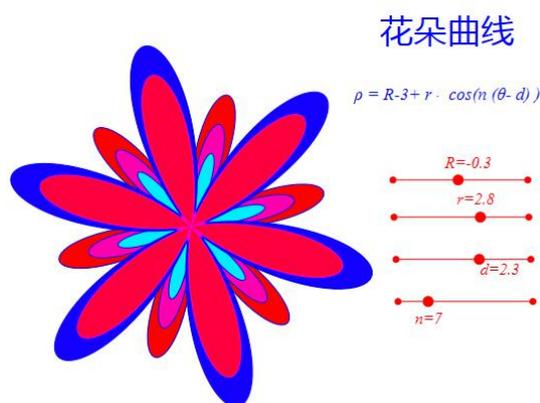
2.2、动态数学的主要功能

动态数学软件 (Hawgent Dynamic Mathematics) 能够处理几何、代数、三角、概率、统计、算法、微积分等数学知识内容。目前已经实现的核心功能主要包括以下几个方面:

(1) 动态数学作图: 能够直接构造出几十种常见的几何图形, 当图形被拖动、平移、旋转或放缩过程中, 图形之间的几何性质始终保持不变。



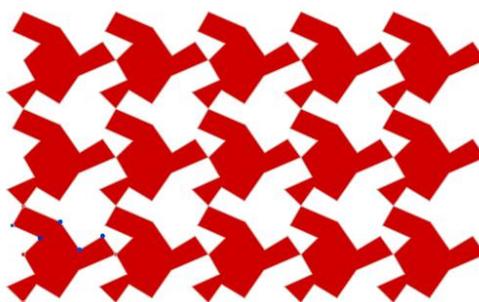
(2) 动态曲线绘制: 输入函数或方程表达式, 即可绘制出对应的曲线; 可以是隐函数方程、参数方程或极坐标方程; 方程表达式当中的系数、自变量范围、曲线样点的个数等属性均能带有参数, 当参数改变时曲线的性质也会发生改变。



(3) 动态图形变换: 包括反射、平移、旋转、放缩、仿射、中心对称、点绕点旋转放缩等变换方式; 选择要进行变换的对象和变换的条件, 可以直接进行图形变换; 若变换的条件是动态的或是参数, 那么变换图形会根据变换条件的改

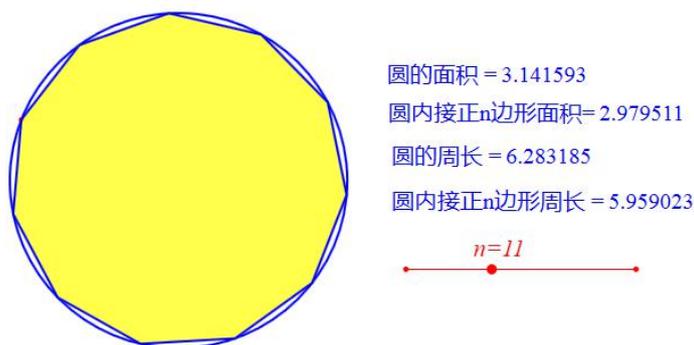
变而改变。

基于等腰三角形的密铺图案

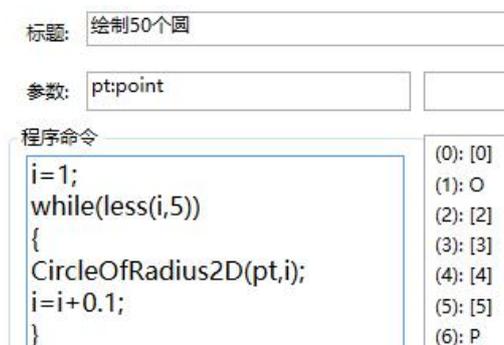


(3) 动态测量计算：能够测量点的坐标、距离、角度、面积等；测量结果能够以变量的形式被记录，方便参与后面的计算；当图形发生变动时，测量和计算结果会自动发生改变。

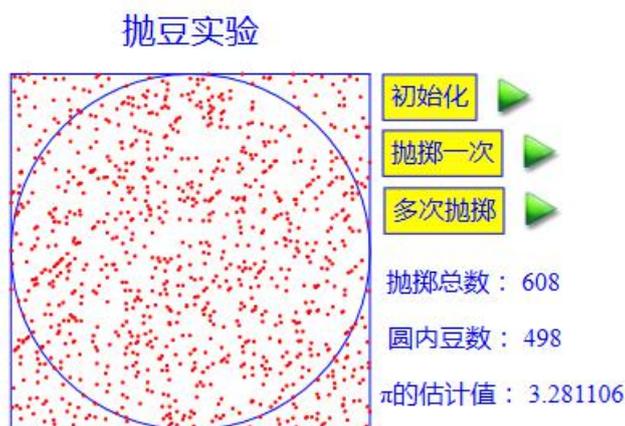
圆内接正多边形的面积和周长



(4) 序运行环境：具有能够编写程序、运行程序的环境



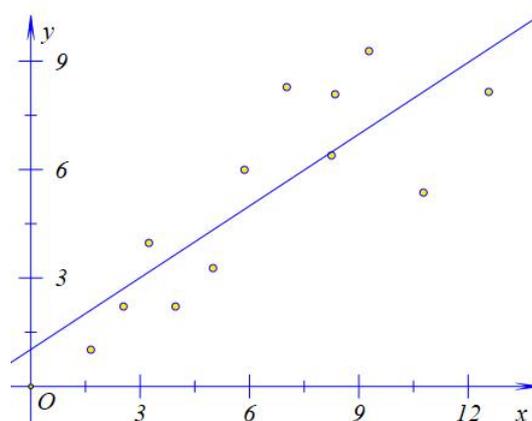
(5) 随机过程模拟：根据系统提供的随机函数、动画控制函数，可以直观地模拟抛硬币、抛豆子和掷骰子等随机实验过程，并自动记录和统计实验得到的结果。



(6) 统计表格生成：可以同时显示统计表格对应的柱形图、折线图和饼形图；统计表格能够与曲线关联，显示绘制曲线样点的纵、横坐标。



(7) 动态数据处理：除了随机实验过程中能自动记录和统计实验数据，还能够使得统计表格能够与曲线关联从而显示绘制曲线样点的纵、横坐标，还能够自动计算、记录和显示变量迭代中的数据，具有回归分析、函数拟合等功能。

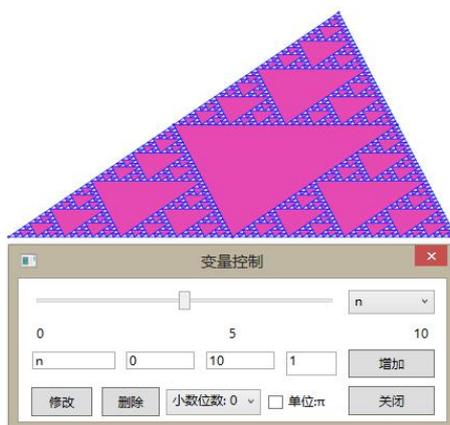


(8) 智能公式文本：具有普通文本和公式文本，在普通文本中文本内容能

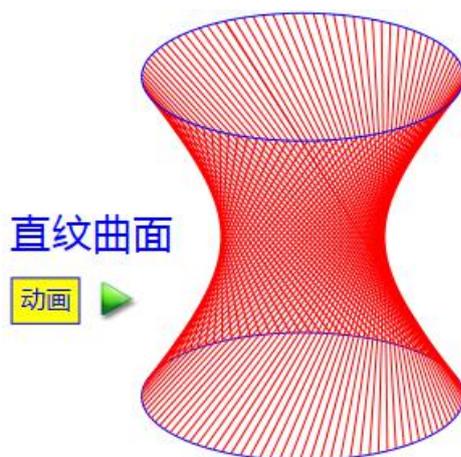
够自适应文本的宽度,在公式文本中利用键盘输入的数学公式能够自动以传统格式显示,包括分数、根式、乘方、求和、求积、向量、上标、下标、上文本、下文本、方程组、不等式组、文本颜色、填充颜色等格式和内容。

$$\begin{array}{l}
 x^3 - 1 = (x-1)(x^2 + x + 1) \quad S = \frac{1}{2} ah \\
 f(x) = \sum_{i=1}^k \sin\left(\frac{x}{i}\right) \quad \vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA} \\
 \begin{cases} x+y < 5 \\ 2x-y > -3 \\ x+2y+1 > 0 \end{cases} \quad C_8^2 = 28 \\
 \int_0^2 x^2 = \frac{8}{3}
 \end{array}$$

(9) 动态参数控制: 在变量控制框中可同时设置多个变量,为每个变量分别设置最小(大)值、变化间隔、浮点位数、是否以 π 为单位等属性。



(11) 对象跟踪轨迹: 可以对点、线、圆等对象进行跟踪,跟踪对象可以被擦除,并且能够设置跟踪图像的样本个数;生成轨迹的驱动点可以是一个或多个。



(12) 动态资源管理：能够插入图片、音频、视频和语音合成等对象；对象能够前后移动；文本/图片能够与点进行关联；点/线/圆/曲线/文本/按钮被复制、粘贴后仍然是点/线/圆/曲线/文本/按钮，具有宏与迭代功能；可以对现有的菜单、命令进行编辑，也可以自定义作图命令并添加到指定的位置。



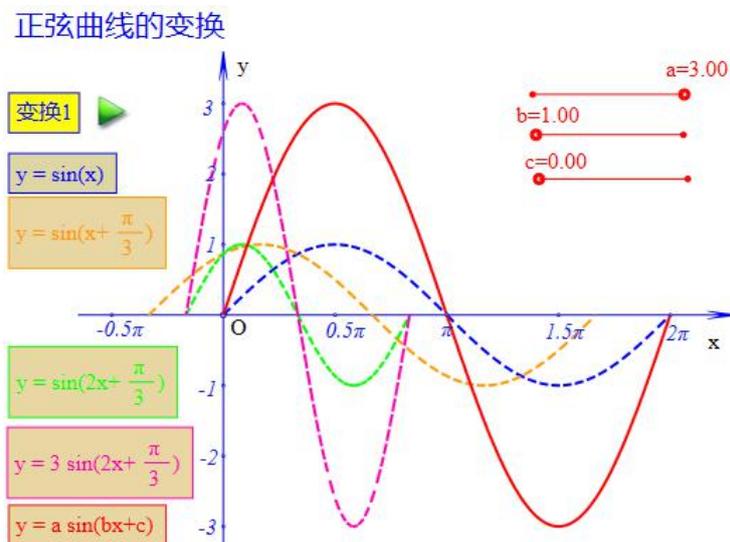
2.3、动态数学的主要作用

(1) 节省劳动提高效率

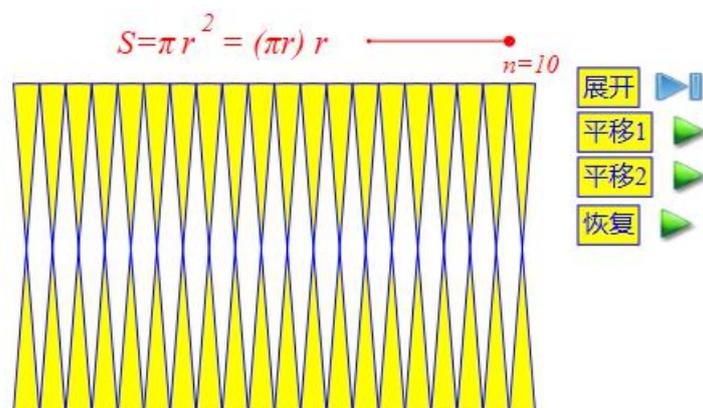
为了完成数学教学的任务，数学教师在备课过程中需要搜集素材，在讲课过程中需要画图等等有很多事情要做。Hawgent 皓骏为教师备课讲课、开展研究提供了丰富而充足的资源，能够大大节约数学教师的劳动时间、提高他们的工作效率，让完成数学教学任务的过程更容易、更轻松。

教师的时间节约了，效率提高了，就有更多的时间进行研究和思考，就有机会进行更有创造性、更有意义的活动。

例如，研究三角函数图像的图像变换过程，说明圆的面积公式，动态数学平台能够做得又快又好。



圆的面积直观说明

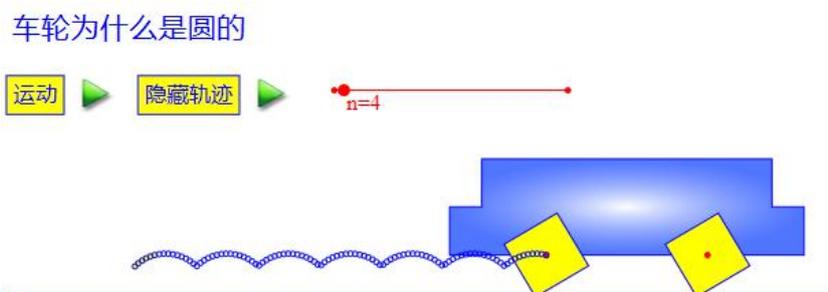


(2) 直观形象加深理解

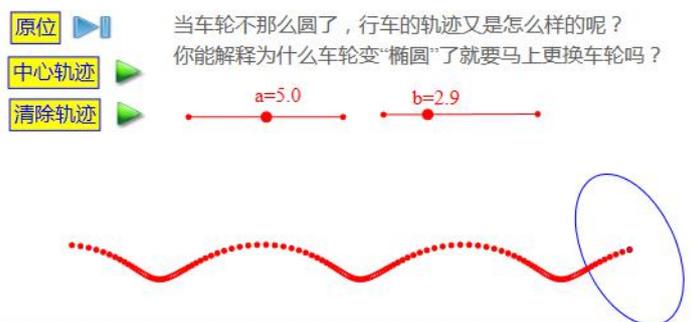
过去，在传统的数学教学过程中，有很多事情只能教师讲一讲，然后让学生想一想。但是，学生是否按照教师所要求的那样去想、去思考？学生是否能够真正理解数学教师的意图和思路？往往结果是不知可否。

利用动态数学平台把过去许多想到却办不到的事情能够轻松实现了，把过去许多只能让学生想一想的问题能够直观、形象、动态地展示了。从而帮助更多的学生提升对数学的认识和理解。

例如，研究车轮为什么是圆的问题时可以动手展示多边形车轮的滚动过程，从而更加深刻地理解车轮做成圆形的原因。



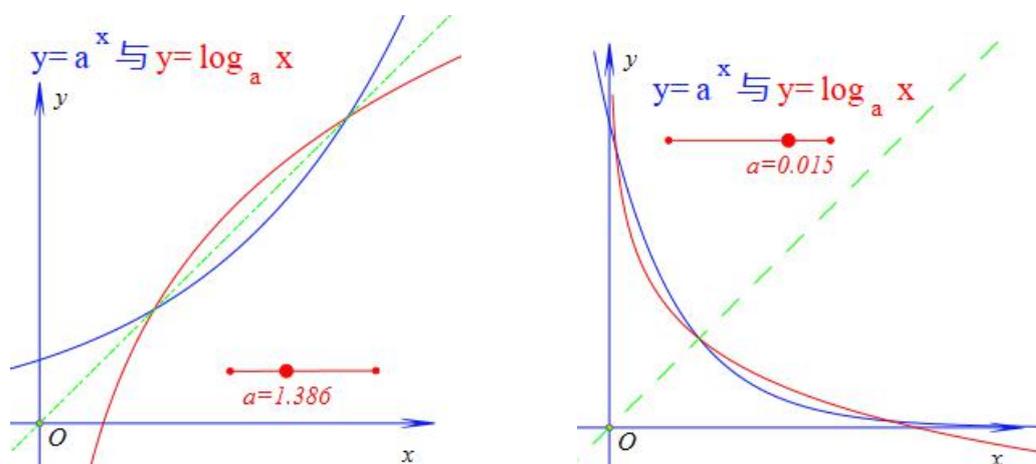
椭圆的滚动



(3) 推陈出新不可或缺

数学教学过程中有了优秀的动态数学平台, 数学教师的备课方法、讲授方式、组织形式会自然而然地发生创造性的变化。他们会逐步认识到, 动态数学平台对于数学教学来说并不是可有可无的信息技术工具, 也不是仅仅起到辅助作用的教学手段, 而是不可或缺的重要内容。

例如, 函数 $y=a^x$ 及其反函数 $y=\log_a x$ 的图像有几个交点? 在没有计算机和动态数学平台的情况下, 利用传统的纸笔工具几乎不可能通过手工绘图而发现正确的结论。因此不难理解, 大部分数学教师对这一问题都存在着错误的认识。而在动态数学平台的支持下, 可以对这一问题进行细致入微的研究, 通过观察和探索 a 在各类取值下的情况, 从而摒弃错误的、然后收获正确的结论。

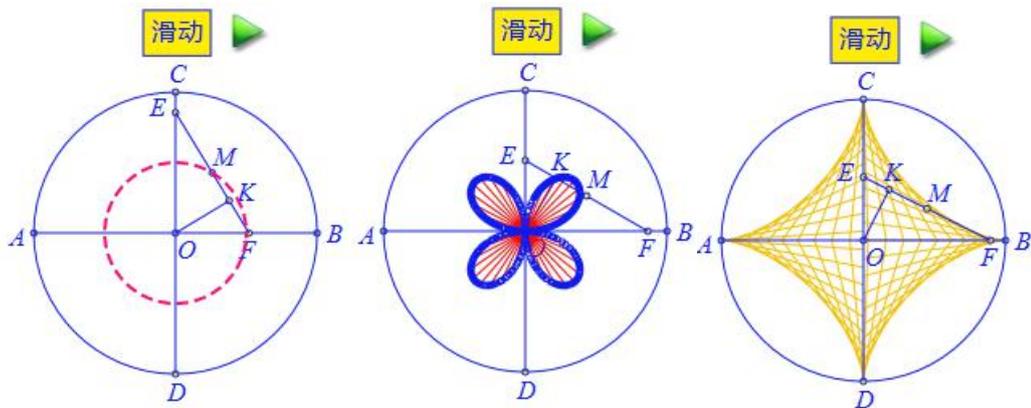


2.4、动态数学的教育价值

(1) 更多学生喜欢数学

Hawgent 皓骏动态数学提供的探究性学习资源，通过动态的图形、形象的展示和直观的变化能够让数学变得更有趣、更有吸引力，从而增加学生学习数学的兴趣和积极性。学习数学的过程由被动接受转变为主动思考。

例如，几何当中有一个经典的“梯子滑动”问题，有一个梯子 EF 一端靠墙 OC 、另一端在地面 OB ，当梯子沿着墙面下滑过程中，求：（1）梯子的中点 M 经过的路径；（2）梯子距离墙角最近的点 K 所经过的路径；（3）梯子 EF 所扫描过的区域；……。在传统形式的学习过程中，这些问题对很多学生来说都是无从下手，不得其解。即使通过推导和运算得到轨迹的曲线方程，只是也无法判断正确与否。而利用动态数学平台，能够直观、形象地展示轨迹曲线、扫描区域的生成过程，从而能够对思考的结论和解答的结果进行检验，更重要的是这些美丽、有趣的图案能够激发学生进一步了解、研究、探索问题的兴趣和积极性。

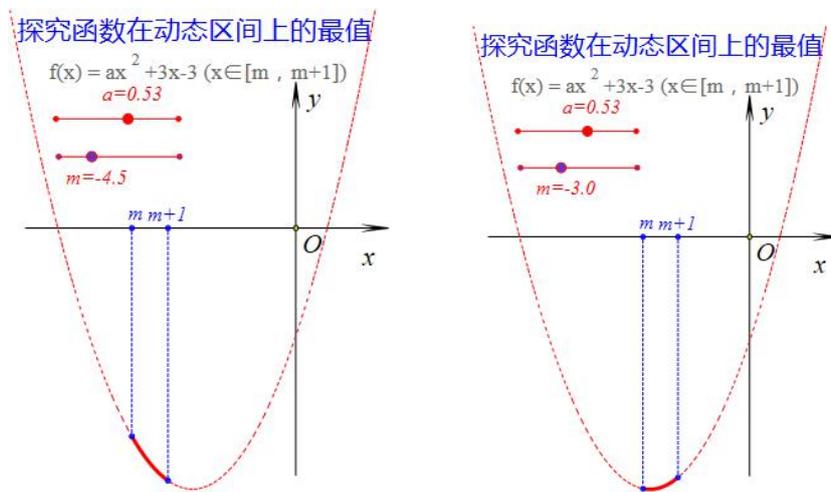


(2) 更多学生学会思考

Hawgent 皓骏动态数学能让抽象、枯燥的数学变得更直观、更形象、更容易

理解，通过动手、观察、猜想、验证等过程，帮助学生理解变化的对象中不变的数学关系，从感性认识上升到理性认识，从机械性学习转变为有意义学习；通过动手、观察、猜想、验证等过程，帮助学生探索、寻找和形成自己的解决问题思路和方法，让学生由被动接受学习转变为主动探究思考。

例如，探索函数 $f(x)=ax^2+3ax-3$ 在区间 $[m, m+2]$ 上的最值问题让很多学生感到无从下手，不知如何进行分类讨论。即使在听过讲解或者翻阅解答之后，很多学生仍然难以完全消化，或者今后遇到类似的问题依然可能会不得其法。而在动态数学平台中，把类似的问题作为学习资源、探究内容和研究课题，在不进行讲解或者不提供解答的情况下，让学生去操作、观察和探索，通过直观的图形、动态的变换帮助学生主动思考和寻找解决问题的途径和方式。从而培养他们积极思考的习惯、主动思考的意识、学会思考的能力。



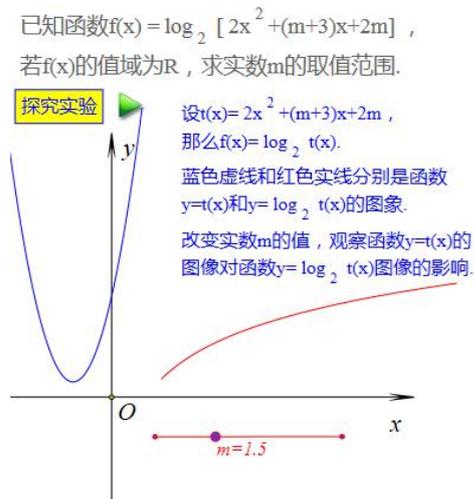
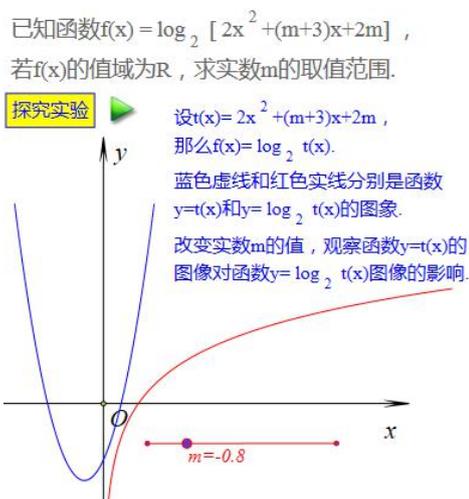
(3) 更多学生学好数学

Hawgent 皓骏动态数学是专门为数学教学、数学学习、数学创作和数学研究而服务的，是量身定做的，它能够深刻地揭示数学知识之间的本质联系，它能够帮助学生更加深刻地理解数学概念、数学命题的本质，提升学生对数学的水平和层次。

例如，在学习了对数函数以后，大部分同学都能准确无误地叙述对数函数 $y=\log_a x$ 的定义域为 $(0, +\infty)$ 、值域为 $(-\infty, +\infty)$ 。但是他们是否真正掌握了对数函数的概念？是否真正理解了定义域与值域的关系？是否确切地理解定义域对于函数的重要性呢？可以通过适当的问题进行检测检验，譬如：

函数 $f(x)=\log_2 [2x^2-(m+3)x+2m]$ 的值域为 \mathbf{R} ，求 m 的取值范围。

看到这个问题，很多同学就想当然地认为函数 $y=f(x)$ 的值域为 \mathbf{R} 的条件就是二次函数 $y=2x^2-(m+3)x+2m$ 的判别式小于 0。没有经过深思熟虑，想当然的结论往往靠不住。事实上，即使在教师告诉他们正确答案并且反复解释、反复强调的情况下，仍然有很多学生感到迷茫和不解。而在动态数学平台的支持下，让学生通过观察、实验和验证的方法，可以帮助他们更加深刻地理解函数的定义域与值域之间的关系，从而加深对数学本质的理解，提升数学的认知水平。



2.5、动态数学的研发背景

(1) 最初的梦想

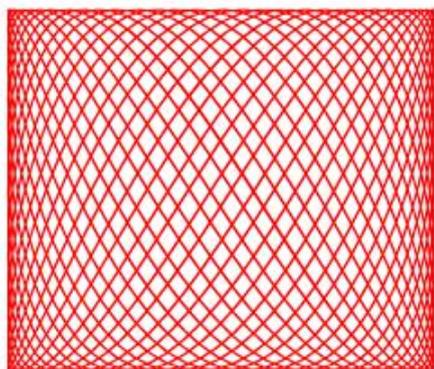
在过去近三十年的时间当中，Hawgent 皓骏、GSP 几何画板、Cabri 卡式几何、SSP 超级画板等动态数学软件在数学教育中的价值得到了充分的肯定。

近三十年的时间已过去，人们仍然在为动态数学软件进入日常的数学课堂而做着不懈的努力。

因为，动态数学对于学生学习数学的作用是显著而重要的：能够把抽象的数学概念变得更加直观形象，从而帮助学生的理解、提高学生的认识、增加学生的兴趣；能够把的呆板数学问题变得更加开放灵活，从而促进学生的思考、开阔学生的眼界、增加数学的吸引力；.....

因此，从提升数学教育教学质量、提高青少年数学素养的角度和因素去考虑，动态数学软件在中小学阶段是非要普及不可。因为它是数学教育这潭死水在过去一百多年来，可以称得上是为数不多的、经过充分验证的、被广泛认可的正能量之一。

李萨如(Lissajou)图像



花朵般的曲线



2, 实现的途径

从小学到初中，再从初中到高中，整个基础教育阶段，数学课程的内容基本是固定的。是否能够开发一套完整的动态数学课程教学资源服务于日常课堂教学呢？哪怕这套资源得到 50% 的数学教师的欢迎，哪怕每位数学教师只是喜欢这套资源当中 50% 的内容。

针对每一章每一节每个知识点，配备充足的、可供选择的动态数学课程资源，供数学教师用于进行课堂教学、开展数学实验数学以及指导学生学习等活动。

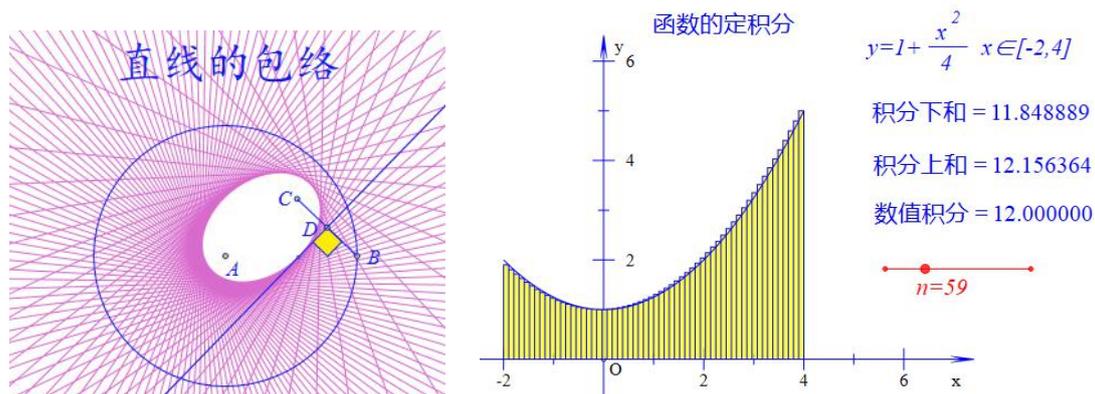
按照教学的形式划分，具体来说，分为三类：

第一类：与数学课程教材配套的资源，包括对概念、定理、公式的直观说明和动态演示，以及例题和习题的动感体验和动态解析，供数学教师在课堂教学当中使用，教师在课堂上能够进行人机交互、师生互动。

第二类：供开展探究性学习之用的综合实践活动资源，供数学教师在计算机教师指导学生开展数学学习、数学创作和数学研究时使用。资源为半成品，具有必要的交互功能以能够满足学生可以进行探究和实验或继续操作。

第三类：为复习备考之用的考题资源，包括过去 5-10 年，全国各地的中考、高考以及质量较高的模拟题，尤其是动点问题、图形变换问题、函数关系问题等中等难度以上的问题。为学生提供动感体验、探究实验和动态解析的环境和机会，帮助他们快速提高数学学习成绩、有效提升数学本质的理解以及解决问题的能力。

在以上三类资源的支持下，相信更加有助于动态数学价值的体现和普及，相信更加有助于绝大多数学生从动态数学当中受益。



3, 我们的愿景

动态数学软件的普及和应用,能够使得广大一线数学教师和青少年学生都能从动态数学当中受益,从而大面积提升数学教学的质量,大范围提高青少年的数学素养。

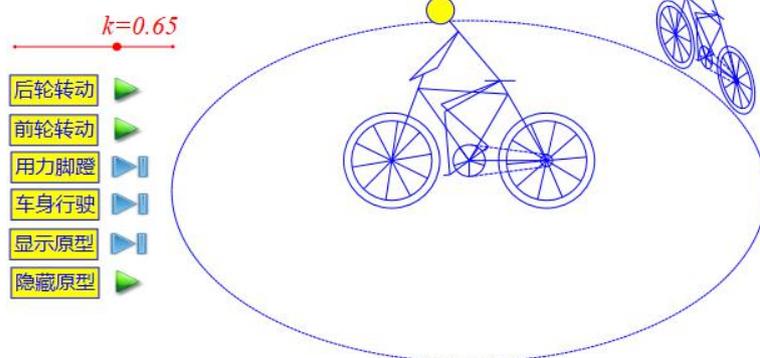
动态数学软件的普及和应用,有助于提高数学教师的信息技术素养和能力,有助于数学课程标准基本理念在实际教学活动中的实现,有助于更加积极稳妥地推进国家数学课程改革效率和质量。

动态数学软件的普及和应用,通过重视传统教学的经验和优势,立足实践,能够大面积减轻数学教师的工作负担,提高数学教学的工作效率,促进数学教师在数学教学、研究和指导学生的过程中积极、主动使用信息技术的热情。

动态数学软件的普及和应用,能够为大面积提高数学教学质量做出积极的贡献,为信息技术与学科教学的的整合提供示范性带动作用,提高教育信息化的应用水平,提升教育信息化的应用层次。

动态数学软件的普及和应用,在促进利用信息技术在提高学习者学习效率、教育资源优化共享、满足教育对象对教育多样化的需求等方面的发展,从而通过教育信息化更加有效地推动教育的公平化。

自行车



2.6、动态数学资源的种类

动态数学资源目前分为三类：课程教学资源、探究实验资源和自主学习资源。

(1) 课程教学资源

★版本分类：高中版、初中版、小学版。

★主要内容：数学课程教材配套的动态数学教学资源。包括对概念、定理、公式、例题等内容有关的直观说明和动态解析，以及与教材章节和知识点对应的中考/高考试题对应的动态数学教学资源。

★功能特点：动态、直观、形象地展示知识发生、发展的过程，通过数据与图形相结合，动态解析数学教学中的所有重点和难点。

★适用范围：适用于教师进行备课、讲课，指导学生学习、复习和备考等各个环节。能满足概念教学、解题教学和单元复习教学等需求。

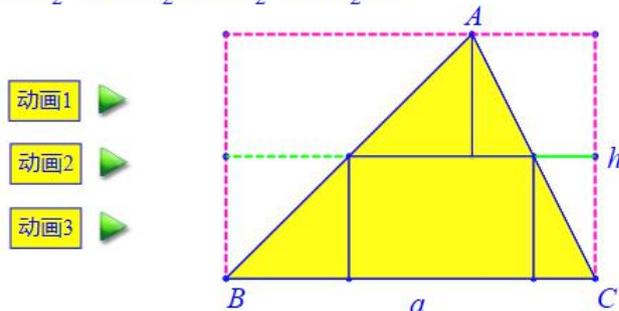
★核心价值：教师在教学过程中，让学生经历一个从直观到抽象、从感性认识到理性思维的过程，从而获得对数学更深刻、更本质的理解。节约时间，减轻负担，提升教学效率，改善教学质量。

示例一：三角形面积公式的推导

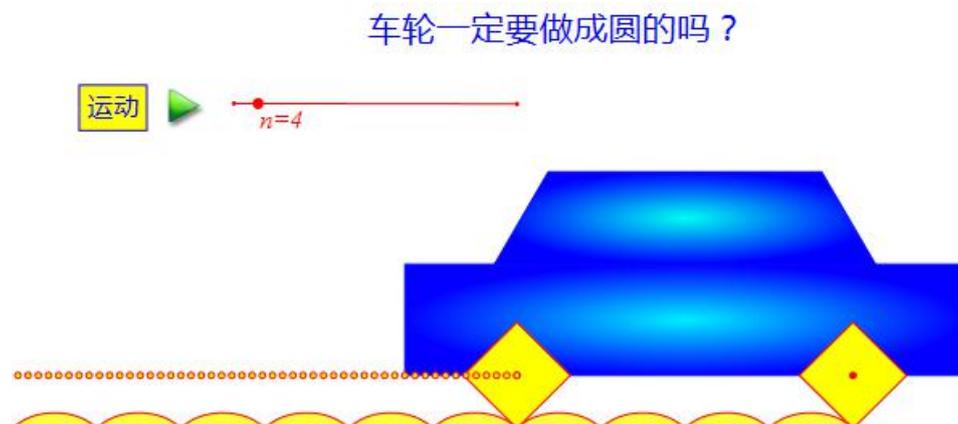
三角形面积公式的推导

推导三角形的面积公式，一般情况都是用两个完全相同的三角形拼出一个平行四边形，然后得出：三角形的面积是与其同底等高的平行四边形面积的一半。事实上，只要我们把三角形的面积公式进行变形，然后直观的图形、动态的变换，就会对三角形面积公式的推导具有更加深刻的印象。

$$S = \frac{1}{2} ah = a \left(\frac{1}{2} h \right) = \left(\frac{1}{2} a \right) h = \frac{1}{2} (ah)$$



示例二：车轮一定要做成圆的吗？



既然一定要学数学，能否干脆把数学彻底地学懂、学会、学好？

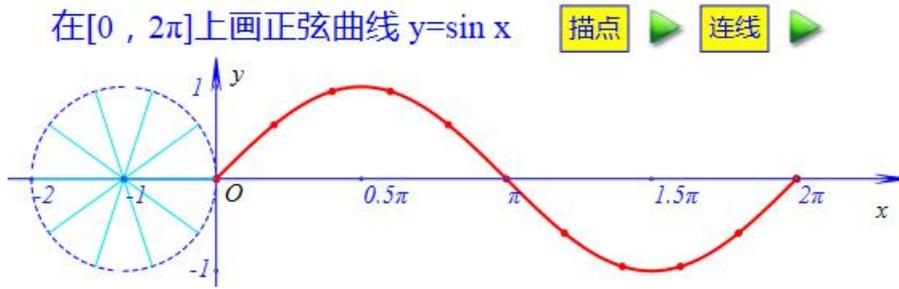
因为，只有把数学真正学好了，才能轻松自如地应付各种各样、大大小小的考试。而且，只有把数学真正学好了，才会让学生认识到学数学不仅仅是为了应付考试。

但是，数学是一个逻辑性强、系统性高的学科。若前面的知识没有完全理解，后续的学习就会存在很大的困难。

《动态数学课程教学资源》能够在帮助学生理解数学概念、公式、定理等方面发挥重要而显著的作用，能够实现在数学教师的指导下帮助学生从一开始就能学懂数学、学会数学、学好数学的愿望。

《动态数学课程教学资源》根据数学课程教科书的版本、章节排列、知识点顺序，动态、直观、形象地解析数学学习过程中所有的概念、定理、公式、例题等内容和知识，尤其教学过程中的重点、难点。了与教材配套的例题、练习之外，还会配备充足的中考/高考真题，同时配以动感体验和动态解析的内容和形式。

示例三：描点连线绘制正弦函数的图像



(2) 探究实验资源

★版本分类：高中版、初中版、小学版。

★主要内容：利用学生已经掌握的知识为基础，在计算机上进行数学作品的设计与创作，开展数学问题的研究与探索。

★功能特点：为学生提供动手、操作、观察、探索、验证、展示和创作的平台和环境。

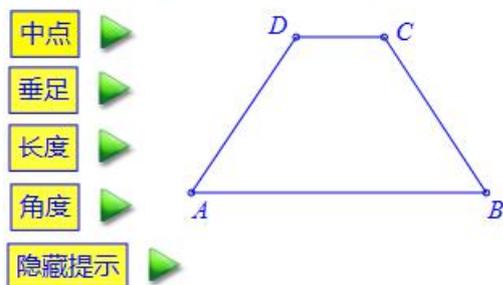
★适用范围：适用于教师在数学实验室带领学生开展数学学习、数学研究、数学创作等综合实践活动。

★核心价值：为数学学习、研究和应用提供了更丰富的内容、更有效的工具和更灵活的平台。通过亲自动手、实践与操作以及形象的图案、变化的数据、生动的动画和美妙的变换能够激发学生对数学更加浓厚的兴趣，能够启发学生更加深刻的数学思考。

示例一：探索梯形是否为轴对称图形的实验

梯形是否为轴对称图形

如图，四边形ABCD是一个梯形，其中 $AB \parallel CD$ 。
如何判断梯形ABCD是否为轴对称图形呢？下面提供了构造中点、作垂足、测量长度和测量角度的工具。



动态数学平台可以为数学教育做得更多、做的更好。

《动态数学探究实验资源》是为实现学生更高层次的发展而设计和开发，能够体现动态数学在数学教学过程中更加重要的作用、价值和意义。与日常教学过程中需要整天面对的口诀、概念、定理、公式、例题和作业来说，形象的图形、生动的动画和美妙的变换更能吸引学生学习的注意力和兴趣。事实上，对于这些对世界和未知充满了好奇的孩子们来说，他们原本就具有动手、操作、探索、研究的强烈愿望和积极性。

示例二：通过抛硬币理解概率与频率之间关系的实验

模拟抛硬币实验

置零
 缓慢抛掷10次
 快速抛掷500次
 抛掷次数：1000
 正面出现的次数：499
 反面出现的次数：501
 正面出现的频率：0.4990
 反面出现的频率：0.5010



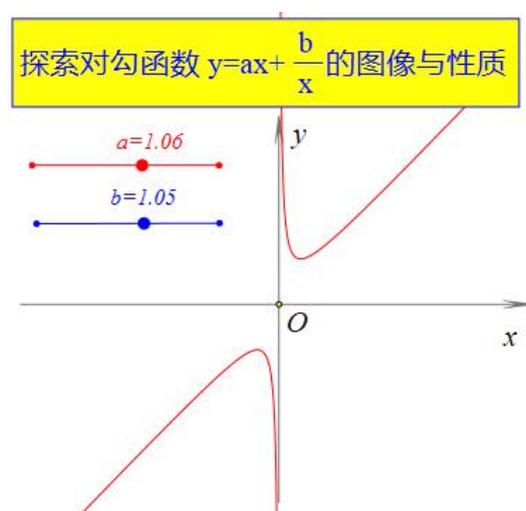
正面出现的频率 反面出现的频率

《动态数学探究实验资源》以数学创作、应用、实践、探究、发现为主的按照知识的发生、发展和进化为主线；以学习数学、应用数学、探索数学为目的，

为学生提供一套内容丰富、问题有趣、目标明确、过程详实以及操作简洁的综合实践课程。

学生在活动当中，玩的是数学工具、作的是数学图形、用的是数学知识、想的是数学问题、提高的是数学水平、增加的是数学素养。当学生在 HDM 环境下尝试着去完成一项工作的过程中，会不断地运用和巩固所学过的知识，从而加深了对数学概念的认识，提高了对数学本质的理解，促进了数学思维的提升。

示例二：探究对勾函数的图像与性质



(3) 自主学习资源

★版本分类：高中版、初中版。

★主要内容：以过去 5-10 年全国各地的中考/高考真题，尤其是本地区的优质试题作为学习的对象，针对每个题目为学生提供动感体验、思路点拨、动态解析和拓展应用等几个环节。

★功能特点：为学生学习数学、解决问题，尤其是为学生复习、备考提供了更加有效、更加高效的内容和方式。

★适用范围：适合学生在随时随地利用终端进行自主学习、探索、思考和研究。

★核心价值：提高学生复习备考的效率和质量，提高学生理解问题、解决问题的能力，培养学生创造性思维的习惯，增加学生对数学本质的理解。

示例一：动点问题中的等腰三角形存在性问题

探索等腰三角形的存在性问题

已知抛物线 $y = -x^2 + 2x$ 的顶点为G，在抛物线的对称轴上是否存在点P，使得OPG是等腰三角形？若不存在，请说明理由；若存在，请给出所有满足条件的点P的坐标。

探究实验

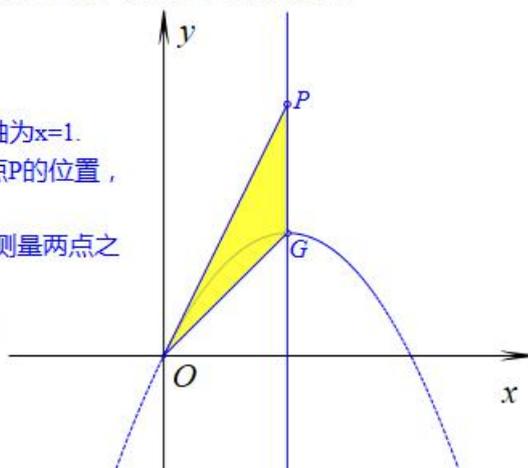
由抛物线的解析式 $y = -x^2 + 2x$ 知其对称轴为 $x = 1$ 。因此可设点P的坐标为 $(1, y)$ ，改变点P的位置，观察OPG是否可能为等腰三角形？同时选择两个点，单击“长度”按钮即可测量两点之间的线段长度。

思路点拨

长度

动态解析

推广拓展



示例二：函数的零点与参数的取值范围

函数的零点与参数的取值范围

已知 a 是实数，函数 $f(x) = 2ax^2 + 2x - 3 - a$ ，如果函数 $y = f(x)$ 在区间 $[-1, 1]$ 上有零点，求 a 的取值范围。

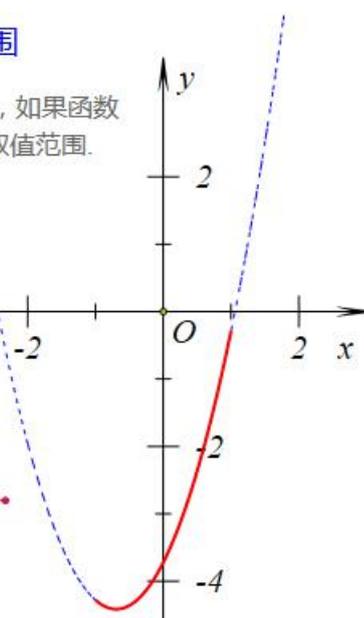
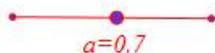
探究实验

实线是函数 $f(x) = 2ax^2 + 2x - 3 - a$ 在区间 $[-1, 1]$ 上的图像，改变实数 a 的值，研究 $y = f(x)$ 在区间 $[-1, 1]$ 上有零点时函数 $y = f(x)$ 的性质，以及对实数 a 的要求。

思路点拨

动态解析

推广拓展



《动态数学自主学习资源》为每个学生、教师和家长都直接关心的考试与考题而设计开发，是动态数学在应试教育教育文化背景下社会效益和经济效益最直

接、最充分的体现。

《动态数学自主学习资源》由全国各地尤其是本地区过去 5-10 年中考/高考中出现的考试真题组成。

每一道题目除配套完整的满分解答之外,更有价值的是动态数学资源。包括:

【动感体验】首先指导学生动手操作对应资源,在图形运动和数据变化中感悟数学的思想和方法;

【思路点拨】启发学生寻找解决问题的突破口,提示学生解决问题的关键步骤;

【动态解析】数形结合,图文并茂。各种题设、条件逐一列出,结论何时成立、为何成立,一目了然、有理有据;让学生知其然的同时,也能够知其所以然。

通过在动态数学平台上动手、操作、观察与发现的交互性、探究性实验的过程,让学生对问题的理解能够豁然开朗,使得学生解决问题的思路是水到渠成,同时帮助他们解答问题的过程更加条理和清晰。从而实现在更短的时间内进行更加有效的复习和备考。

第三部分 动态数学工具快速入门

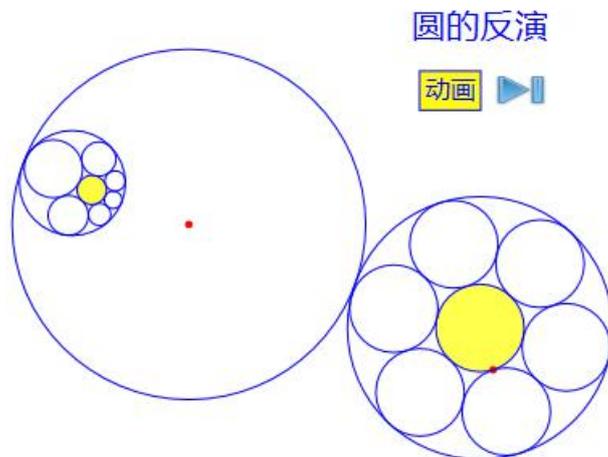
我们提供了系统的动态数学资源，能够服务于同步教学、探究实验、创作设计以及复习备考等各个环节，从小学到初中，再到高中有几千个。这些资源具有交互性，也具有开放性，能够被修改、编辑之后再保存。

虽然如此，我们仍然提供了对所有人都开放的动态数学工具。这样一来，每个人还能够按照自己的思路或意图，设计并开发出满足自己需求或项目的资源。

动态数学工具的功能完善且强大，操作也容易且简便，但总是需要花费一些功夫学一学。不过，无论是教师还是学生，很快就会发现：他们玩的是数学工具、作的是数学图形、用的是数学知识、想的是数学问题、提高的是数学水平、增加的是数学素养。因此，这些功夫的花费是非常值得的。

这一部分内容，就是学习与熟练动态数学工具的入门。

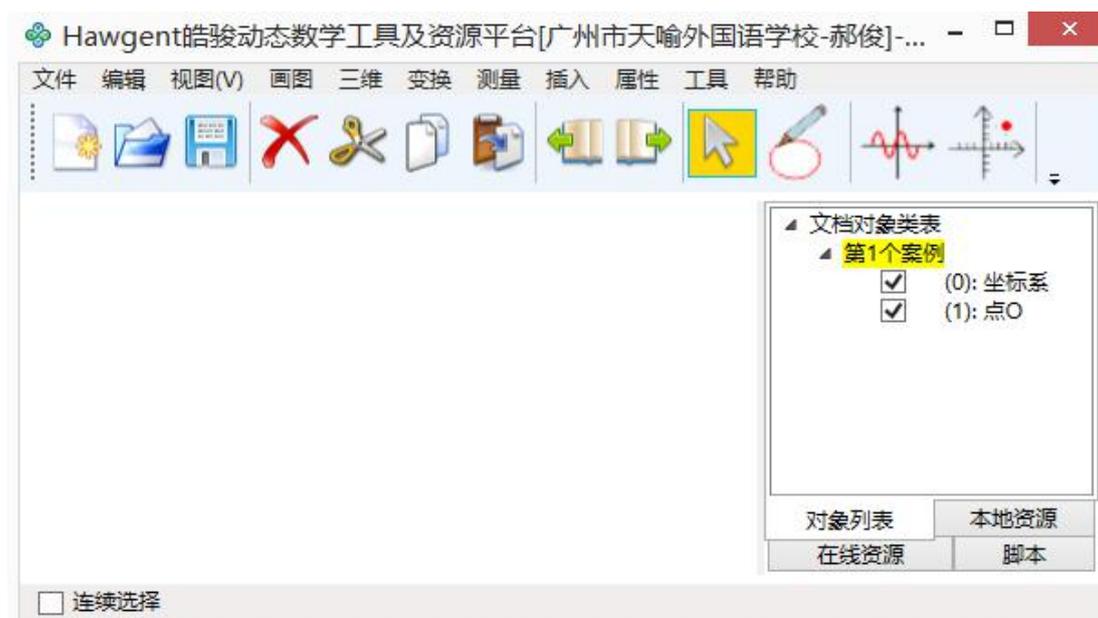
当然，学习软件工具最好的方式，就是马上动手试试。遇到问题，自己先思考与捉摸，然后再通过用户指南或手册寻求帮助。



3.1、工具的操作界面

为了更加尽快熟悉 Hawgent 动态数学软件的上述功能,让我们首先了解一下它的工作界面吧。

Hawgent 动态数学软件启动后窗口如下:



1, 菜单

利用 Hawgent 动态数学软件工作, 主要就是通过菜单栏中的菜单命令来实现。菜单栏中包括缺省的【文件】、【编辑】、【视图】、【画图】、【三维】、【变换】、【测量】、【插入】、【属性】、【工具】和【帮助】等菜单项。

2, 工具栏

菜单栏下是常用工具栏, 就是将经常用的命令放在这里, 提高我们的工作效率。



从左至右，依次是：

新建：建立一个新的动态数学文档；

打开：打开一个新的动态数学文档；

保存：保存当前的动态数学文档；

删除：删除在工作区中所选择的对象；

剪切：将所选择的对象，移动到剪切板当中；

复制：将所选择的对象，复制到剪切板当中；

粘贴：将剪切板中的对象，粘贴到工作区当中；

上一页：激活当前文档中的上一个案例，如果存在的话；

下一页：激活当前文档中的下一个案例，如果存在的话；

选择：让光标（由画图状态）转换到选择状态；

画图：让光标（由选择状态）转换到画图状态；

曲线：绘制函数 $y=f(x)$ 对应的曲线；

坐标点：输入的坐标，绘制对应的点；

缩小：缩小某个对象。如果什么都不选择，则缩小坐标系的单位长度；若选择的是点，则缩小点的大小；若选择的是线段，则缩小画线的宽度；所选择的是文本，则缩小文本的字号；……

放大：放大某个对象。如果什么都不选择，则放大坐标系的单位长度；若选择的是点，则放大点的大小；若选择的是线段，则放大画线的宽度；所选择的是文本，则放大文本的字号；……

登录：合法用户登录并获得认证后，就可以使用动态数学软件的所有功能。

需要注意的是：在画图状态下，才能利用光标直接画图；在选择状态下，才

能利用光标进行选择.

对这些不甚理解? 没关系! 我们先介绍一遍, 产生大致的印象, 在后面还会具体的解释.

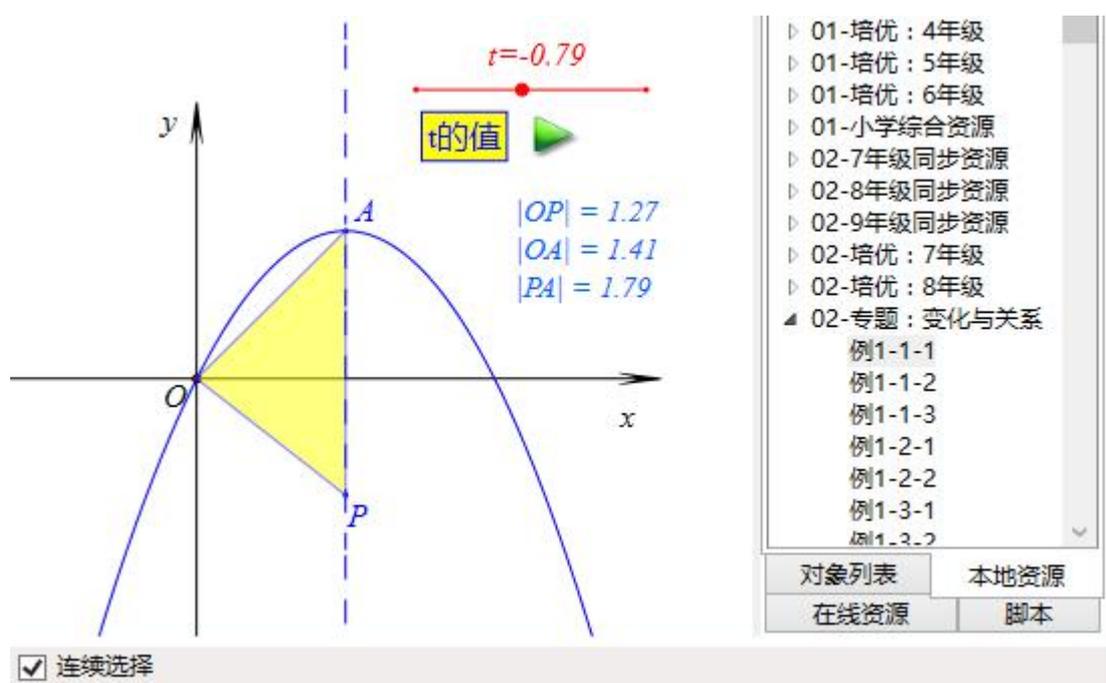
3, 工作区

工具栏下面的空白区域就是作图等工作的主要区域, 简称为作图工作区。

作图工作区下方是状态栏, 具有“连续选择”的开关, 选择该选项后, 不需要按住 Ctrl 键即可连续选择多个对象; 被选择的对象, 其序号会显示在状态栏的右侧部分。



作图工作区右侧是资源管理区, 其中本地资源选项框中可以显示出本地已经加载的资源, 如下图所示, 单击某个目录下方的资源可以直接打开该文件.

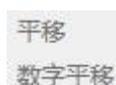


在线资源选项卡, 则可以更新和下载 Hawgent 皓骏服务器上所提供的最新资

源，打开后，会自动保存到本地。

请你继续完成下面的操作，完成对应的任务，并思考后面的问题：

在成功登录之后，动态数学软件的所有功能都可以使用，但是有些功能按钮是灰色，表示不能执行，如下图所示，【平移】和【数字平移】等等，都处于灰色不可执行状态。



这是因为，我们没有选择任何对象，计算机不知道要平移哪个对象，也不知道平移到哪里去。

执行这些命令的选择条件，叫做这些命令的入口。

这种现象，在【画图】菜单下【多边形】子菜单当中更加明显，绝大多数命令都处于灰色不可执行的状态。那么，要执行这些命令分别需要选择哪些对象？或者说这些命令的入口分别是什么？都与我们所学习的数学内容有关。



例如，我们知道两点确定一条直线，那么需要选择两个点，【线段】、【射

线】与【直线】命令才能够被激活. 因此我们说【线段】、【射线】与【直线】命令的入口是两个点.

可见, 了解作图命令的入口, 有助于我们更加深刻地认识几何图形的性质.

中点、垂足、平行线、垂线、等边三角形、正方形、平行四边形、圆等这些是我们熟悉的概念, 那么在动态数学软件当中绘制这些图形的命令的入口分别是什么呢?

3.2、绘制任意正方形

动态数学软件功能强大，我们应该如何快速认识它、掌握它？在这里我们通过介绍几种绘制正方形的方式，初步了解动态数学软件的作图规则和操作习惯。

通过本节内容的学习我们，我们能够掌握以下主要内容：

了解画图状态与选择状态下光标的功能；

掌握【Ctrl】键对于选择多个对象的作用；

理解动态数学软件的作图规则与操作习惯。

我们要绘制一个顶点位置、边的长度可以被任意改变，但是始终保持为正方形性质的图形。

步骤 1：单击工具条中的【画图】工具，进入画图状态。

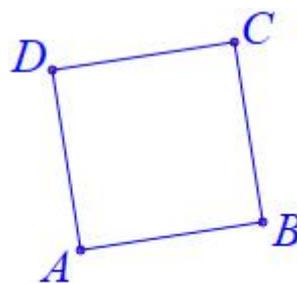
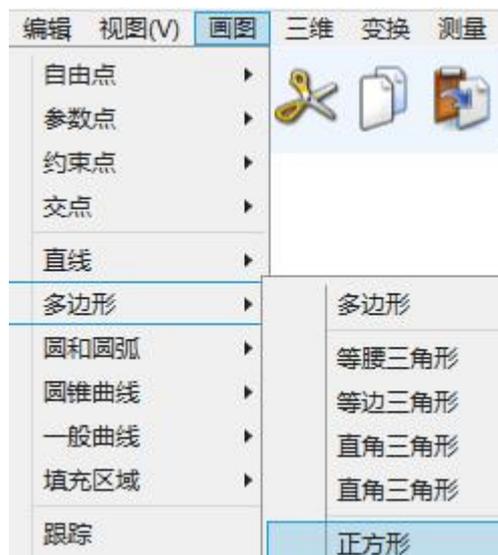
步骤 2：在作图区任意位置单击鼠标，作出点 A；在其他位置再次单击鼠标，作出点 B。

步骤 3：单击工具条中的【选择】工具，返回到选择状态。

步骤 4：按住 Ctrl 键，先后依次单击点 A 和点 B，结果就可以把它们选中，通过状态栏也可以观察选择的结果，如下图所示，2 和 3 分别表示点 A 和点 B 的序号。



步骤 5：如下图所示，执行【画图】菜单下【多边形】子菜单中的【正方形】命令。结果作出了以 A 和 B 为顶点的正方形 ABCD。



拖动点 A 或点 B，都能够改变线段 AB 的位置、长度和倾斜方向，对应地正方形 ABCD 的位置、边长与倾斜方向也会发生改变。

工具条中的【画图】与【选择】工具是光标状态的切换键，需要通过光标画图时就单击【画图】工具，从而进入画图状态；不再通过光标画图时就单击【选择】工具，返回到选择状态。在选择状态下可以选中一个对象，并拖动它。

在选择状态下，也可以选择多个对象。前提是，按住 Ctrl 键，光标就会处于连续选择的状态，就可以连续选择多个对象。否则，光标就是处于重新选择状态，也就是说当选择一个对象时，再选择另外一个对象，就会把之前选择的对象释放了，结果就是重新选择了一个新的对象。在状态栏的左下侧有一个选项【连续选择】，在勾选该选项之后，也可以进入连续选择的状态，而不需要在键盘上实际按住 Ctrl 键。

点 A 和点 B 是通过画笔在作图区绘制的自由点，在选择状态下，可以任意拖动并改变它们的位置，它们被称之为自由点。而正方形当中的顶点 C 和点 D 是非自由点，受点 A 和点 B 的约束，因此被称之为约束点。

我们希望工作区中的内容简洁、美观而大方，因此有时候需要把点的名字拖动到恰当的位置。操作方法是：单击这个点，然后把光标移动到字母上，按住拖动，就可以移动字母的位置。



为了方便起见，我们之后可以约定把“执行【画图】菜单中【多边形】下的【正方形】命令”叙述为：执行命令【画图|多边形|正方形】。

请你继续完成下面的操作，完成对应的任务，并思考后面的问题：

在步骤 4 当中，我们是通过先后选择点 A 和点 B 作出的正方形 ABCD。

任务 1：请你再通过先后选择点 B 和点 A，作出一个正方形 BAEF。

任务 2：通过作图结果，你能发现正方形的位置与选择的两个点之间有什么关系？

3.3、特殊平行四边形

我们通过构造特殊平行四边形（邻边垂直且相等）的方式构造正方形.

步骤 1: 单击【画图】工具，进入画图状态；单击鼠标并按住拖动一段距离后松开，结果就绘制一条线段 AB；

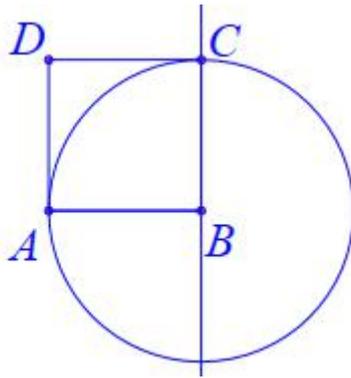
步骤 2: 单击【选择】工具，返回选择状态；按住 Ctrl 键，先后依次选择点 B 和点 A，如下图（左）所示，执行命令【画图|圆和圆弧|已知圆心和半径的圆】，绘制出以点 B 为圆心、经过点 A 的圆，如下图（右）所示；



步骤 3: 按住 Ctrl 键，先后依次选择点 B 和线段 AB，执行命令【画图|直线|垂线】，作出经过点 B 与 AB 垂直的直线；

步骤 4: 单击【画图】工具，在垂线与圆的交点位置处单击光标，做出垂线与圆的交点 C；

步骤 5: 单击【选择】工具，按住 Ctrl 键，依次选择点 A、点 B 和点 C，执行命令【画图|多边形|平行四边形】，如下图所示，结果做出由点 A、点 B 和点 C 作为顶点的平行四边形 ABCD.



因为 AB 与 AC 垂直且相等，因此以点 A、点 B 和点 C 为顶点的平行四边形 ABCD 就是一个正方形。

这时候，可以把圆与垂线隐藏。操作方法是：按住 Ctrl 键，连续选择圆和垂线，执行命令【编辑|隐藏】。

圆和垂线有两个交点，因此以 AB 为边的正方形存在两个。你可以根据情况选择绘制哪一个。

就像绘制正方形需要选择两个点一样，绘制半径圆需要选择两个点，绘制垂线需要选择一个点和一条直线，绘制平行四边形需要选择三个点，前面我们提到过，这些都叫做作图的入口条件。当选择的对象满足一个命令的入口条件时，这个命令才会执行。例如，当只是选择一个点或者不选择任何点的时候，就无法执行“正方形”的命令，因为计算机不知道要绘制边长为多大的正方形，也不知道把这个正方形绘制到哪个位置。了解每个命令执行的入口条件，有助于我们更加深刻地认识几何图形的性质。

按住 Ctrl 键，或选择状态栏中的【Ctrl】选项，如下图所示，都能使得光标处于连续选择的状态。为了简便起见，今后就不再进行强调“按住 Ctrl 键”或“选择状态栏中的【Ctrl】选项”，而直接叙述为：“依次选择...”或“连续选择...”。

请你继续完成下面的操作，完成对应的任务，并思考后面的问题：

在步骤 5 当中，我们是通过先后选择点 A、点 B 和点 C 作出的平行四边形 ABCD.

任务 1: 请你再通过先后选择点 A、点 C 和点 B, 作出一个平行四边形 ACBE.

任务 2: 通过作图结果，你能发现所选择的三个点与所构造的平行四边形有什么关系吗?

3.4、旋转放缩画邻点

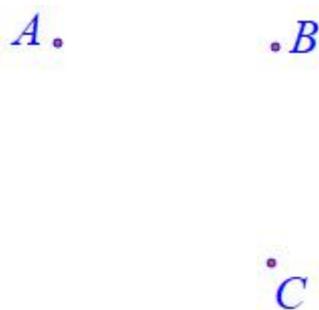
根据正方形四条边之间的关系，我们通过旋转的方式构造一个正方形.

步骤 1: 单击【画图】工具，任意画两个点：A 和 B；

步骤 2: 单击【选择】工具，依次选择点 A 和点 B，执行命令【绘图|参数点|旋转放缩点...】，如下图所示，在弹出的输入对话框中输入旋转角：90，放缩倍数：1；

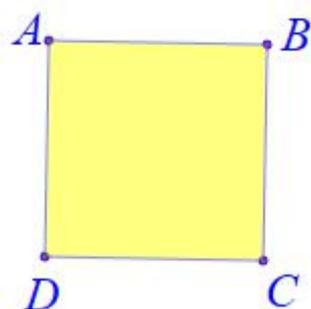


单击【确定】按钮，做出点 C，如下图所示；



步骤 3：依次选择点 B 和点 A，执行【旋转放缩点...】命令，在弹出的输入对话框中，输入旋转角：-90，放缩倍数：1，单击【确定】按钮，做出点 D.

步骤 4: 依次选择点 A、B、C 和 D，执行命令【画图|多边形|多边形】，结果做出具有内部的四边形 ABCD，如下图所示.



这个四边形就是通过旋转放缩得到的特殊顶点关系的四边形. 在这里我们设置的放缩比例为: 1, 表明正方形邻边的长度之比为: 1, 比例为 1 的两条线段的长度相等; 设置旋转角为: 90° , 就表明正方形的两条邻边垂直.

数, 有正的也有负的, 分别称之为正数和负数. 角, 也有正的与负的, 分别称之为正角和负角. 在数学上, 把与钟表的指针转动方向相反的角规定为正角, 即: 逆时针转动方向为正角; 与钟表的指针转动方向相同的角规定为负角, 即: 顺时针转动方向为负角.

当旋转一个对象时, 需要明确旋转的中心, 在这里所选择的第二个点就是旋转中心. 当放缩一个对象时, 同样需要明确放缩的中心, 在这里所选择的第二个点也是放缩中心. 因此命令“旋转放缩点...”可以让一个点以另外一个点为中心同时旋转和放缩.

请你继续完成下面的操作, 完成对应的任务, 并思考后面的问题:

在步骤 3 当中, 我们是通过绕点 A 旋转放缩点 B 得到了点 D.

任务 1: 能否通过绕点 C 旋转放缩点 B 而得到点 D 呢? 如果可以, 那么旋转角和放缩比例各是多少呢?

任务 2: 能否通过绕点 A 旋转放缩点 C 而得到点 D 呢? 如果可以, 那么旋转角和放缩比例各是多少呢? 请谈谈你的看法.

3.5、固定中心连续转

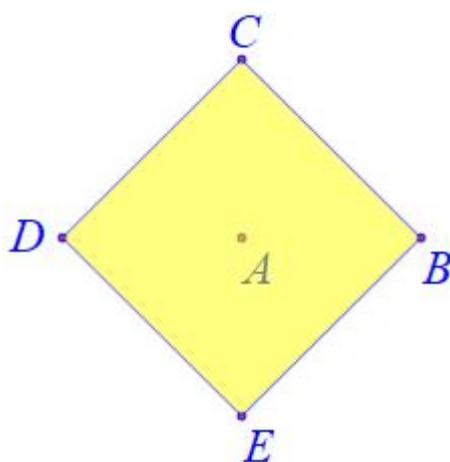
根据正方形的中心与它四个顶点之间的关系,我们也可以通过顶点绕中心连续旋转的方式得到一个正方形.

步骤 1: 单击【画图】工具,任意画两个点: A 和 B;

步骤 2: 单击【选择】工具,依次选择点 B 和点 A,执行命令【变换|旋转】,如下图所示,在弹出的对话框中输入旋转旋转角为: 90、次数为: 3, ,单击【确定】按钮,结果做出三个点: C、D、E;



步骤 3: 依次选择点 B、点 C、点 D 和点 E,执行命令【画图|多边形|多边形】命令,就得到一个多边形 BCDE.



在这里,点 A 是正方形 BCDE 的中心,对于正多边形来说,每个顶点到中心的距离相等,每两个相邻顶点与中心所形成的角都相等,才能够使用连续旋转

的方式得到正多边形的其他顶点. 而其他图形并不满足这个规律, 例如: 长方形、菱形和平行四边形.

对于旋转操作来说, 可以选择多个对象进行旋转, 但是最后需要选择一个点作为旋转中心.

旋转次数, 就是连续旋转的次数. 指的是, 把通过旋转得到的对象, 按照指定的旋转中心和旋转角度再继续旋转, 而得到新的对象. 旋转次数是多少, 那么这个过程就执行多少次.

请你继续完成下面的操作, 完成对应的任务, 并思考后面的问题:

在步骤 2 当中, 如果输入的旋转次数为 4, 那么作出的第四个点会出现在哪里?

任务 1: 在步骤 2 当中如果输入的旋转角度不是 90 , 而是其他数值, 是否一样可以得到正方形的另外三个顶点呢? 那么, 可能是哪些数值呢?

任务 2: 利用类似的方式构造一个等边三角形, 那么旋转角度是多少? 旋转次数是多少? 请你自己动手试一试.

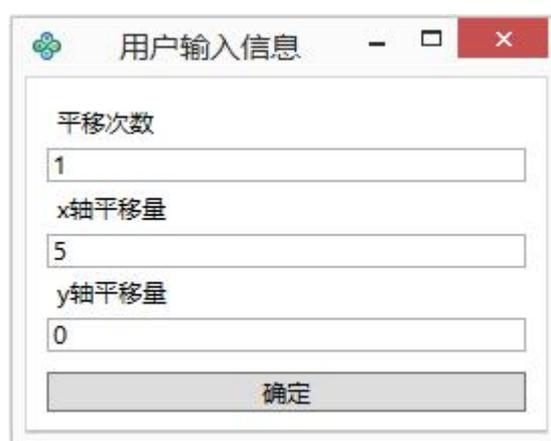
任务 3: 如果利用类似的方式构造一个正五边形和一个正六边形呢?

3.6、数值平移位置定

利用平移的方式绘制一个方向固定的，例如水平放置的，正方形。

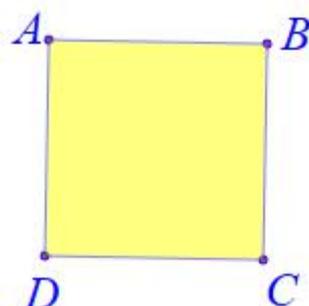
步骤 1：单击【画图】工具，任意绘制一个点 A。

步骤 2：单击【选择】工具，选择点 A，执行【变换|数字平移】，如下图所示，在弹出的对话框中保留缺省的平移次数为：1，设置 x-平移分量为：5，y-平移分量为：0，单击【确定】按钮，作出点 B。



步骤 3：依次选择点 B 和点 A，执行命令【数字平移】，在弹出的对话框中，保留平移次数为：1，设置 x-平移分量为：0，y-平移分量为：5，单击【确定】按钮，作出点 C 和点 D。

步骤 4：依次选择点 A、点 B、点 C 和点 D，执行命令【画图|多边形|多边形】，就得到一个多边形 ABCD。



所谓数字平移，就是通过指定水平方向的平移量和竖直方向的平移量，对选

择的对象进行平移.

在这里, 步骤 2 当中将点 A 沿着水平方向平移的距离为 5, 竖直方向平移的距离为 0, 因此 AB 处于水平方向, 并且距离为 5; 步骤 3 当中, 点 A 和点 B 同时在竖直方向平移的距离为 5, 水平方向平移的距离为 0. 因此所得到的正方形是个边长为 5 的正方形.

请你继续完成下面的操作, 完成对应的任务, 并思考后面的问题:

任务 1: 如果想得到一个长为 5、宽为 3 的长方形, 那么在步骤 3 当中, 水平方向的平移量和竖直方向的平移量分别应该是多少?

任务 2: 如果想得到一个长为 5、高为 3 的平行四边形, 那么在步骤 3 当中, 水平方向的平移量和竖直方向的平移量分别应该是多少?

任务 3: 如果想得到一个棱长为 5 的菱形, 那么在步骤 3 当中, 水平方向的平移量和竖直方向的平移量分别应该是多少?

3.7、利用坐标表关系

我们还可以通过直接构造坐标点的方式，绘制正方形的四个顶点，从而得到一个正方形.

步骤 1: 执行命令【画图|参数点|坐标点】，在弹出的对话框中输入 x 坐标为：1，y 坐标为：1，单击【确定】按钮，作出点 A；



步骤 2: 作出另外三个坐标点：B (4, 1)、C (4, 4)、D (1, 4)；

步骤 3: 依次选择点 A、点 B、点 C 和点 D，执行命令【绘图】【多边形】，就可以得到一个水平放置、边长为 3 的正方形 ABCD.

请你继续完成下面的操作，完成对应的任务，并思考后面的问题：

任务 1: 如果构造四个坐标点：A (0, -2)、B (2, 0)、C (0, 2)、D (-2, 0)，也可以构造正方形的四个顶点，并且这个正方形还不是水平放置的，而且是倾斜的. 请你自己试一试.

任务 2: 以 A (0, -2)、B (2, 0)、C (0, 2)、D (-2, 0) 为顶点的正方形，它的边长是多少？

任务 3: 已知点 P (1, 1) 和点 Q (4, 1)，以点 P 和点 Q 为顶点的正方形有多少个？你能写出另外两个顶点的坐标吗？

3.8、二次函数的图像

作函数 $y=x^2$ 的图像，具体操作步骤如下：

步骤 1：在新建页面中，执行【画图|一般曲线|幂函数： $y=f(x)$ 】命令，弹出函数作图对话框。

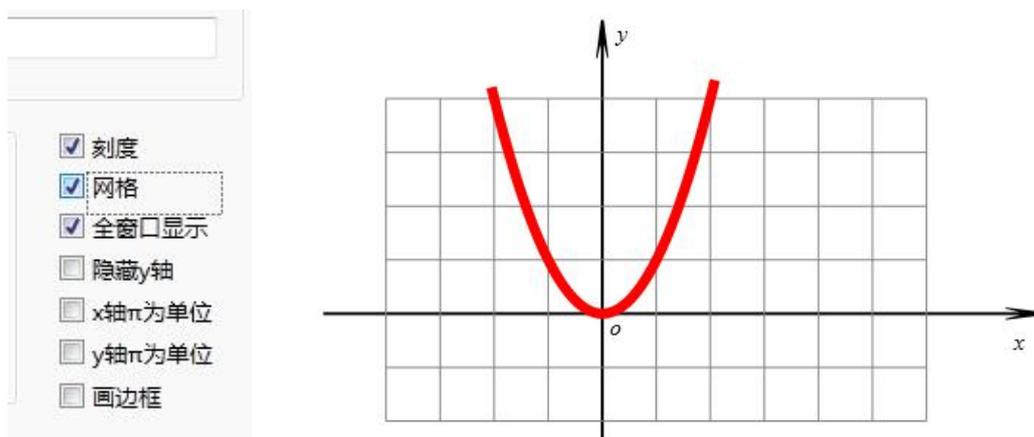
步骤 2：如下图所示，在“y=”对应的编辑框中输入： x^2 ，单击【确定】按钮完成，作出 $y=x^2$ 的图像。



步骤 3：执行命令【视图|系统坐标系】命令，使坐标系处于可见状态。

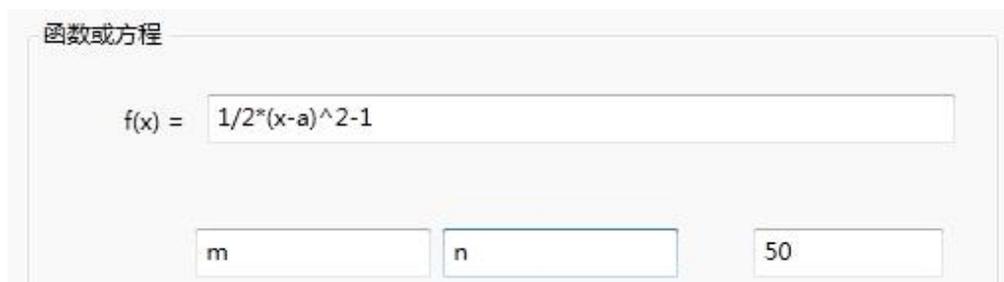
步骤 4：鼠标移到坐标系上，单击右键，即可打开它的属性对话框。

步骤 5：如下图（左）所示，在属性对话框中选择“显示刻度”选项和“画坐标网格”选项，取消“全屏显示”，用鼠标调整好坐标轴，单击【确定】按钮完成。结果如图下图（右）所示。

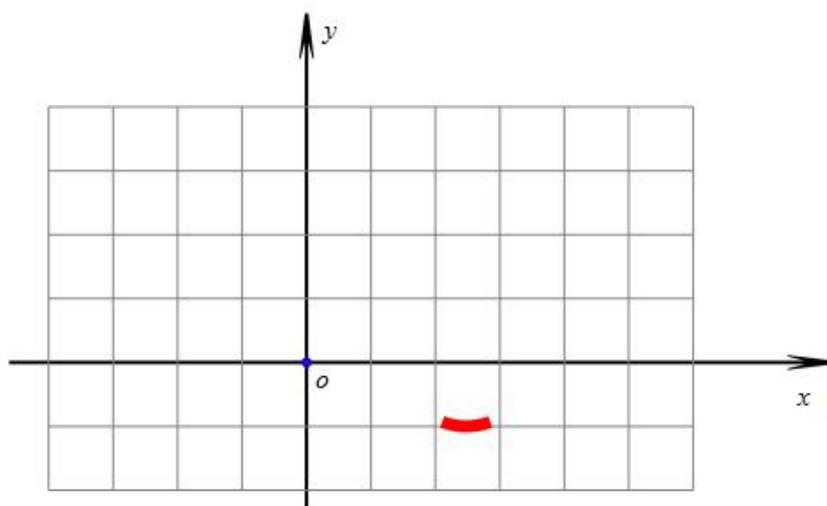


若我们希望探索函数 $y=1/2*(x-a)^2-1$ 在区间 $[m,n]$ 上最值的情况,则可以对其作出的曲线的表达式进行修改。操作步骤如下:

步骤 6: 鼠标指向曲线, 右击, 打开其属性对话框。如图 3.1.3 所示, 将曲线表达式修改为: $1/2*(x-a)^2-1$, 设置参数 (变量) 的范围为: m 到 n 。



步骤 7: 单击【确定】按钮完成, 结果如下图所示, 作图区中只出现一小段函数曲线, 原因何在呢? 请继续下面的操作。

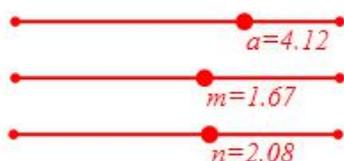


步骤 8: 如下图所示, 执行【插入】【变量】命令, 作出变量 a 的变量控

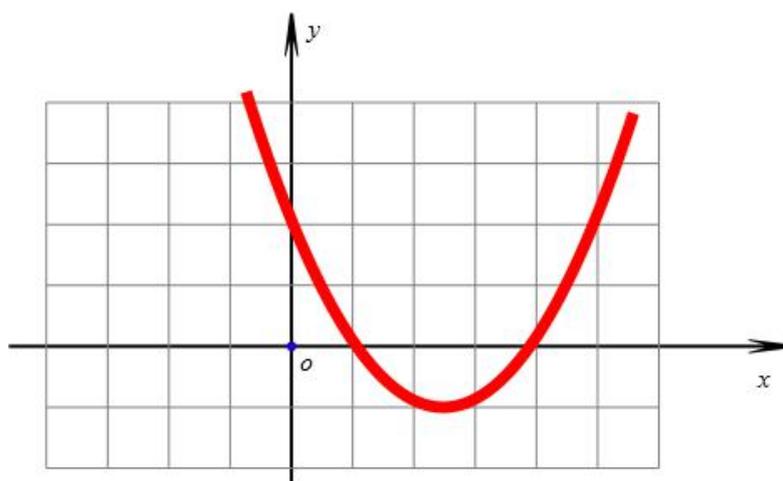
制条。同理作出 m 、 n 的变量控制条。



步骤 9: 结果如下图所示, 可以观察到参数 m 和参数 n 的初始值大小相差很小, 那么函数的图像只有很小的一段。



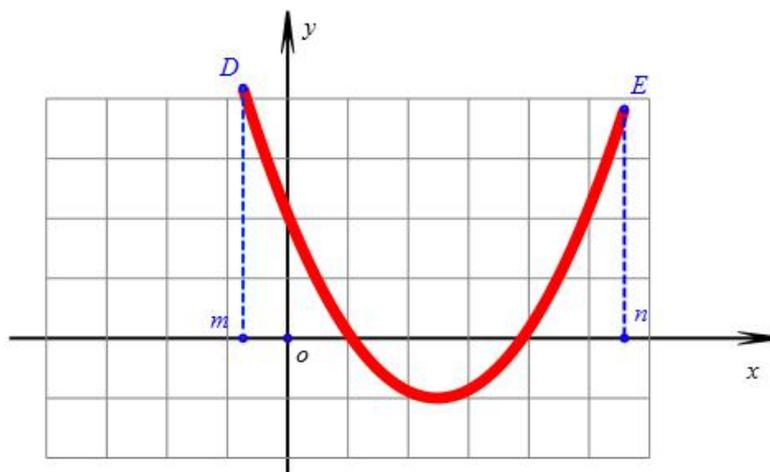
步骤 10: 向右拖动变量 n 控制条上的控制点, 增大参数 n 的值; 往左拖动点 m 控制条上的控制点, 减小参数 m 的值, 结果如下图所示:



步骤 11: 执行命令【画图|参数点|坐标点】命令, 依次作出坐标点 $A(m, 0)$ 、 $B(n, 0)$ 、 $D(m, 1/2*(m-a)^2-1)$ 、 $E(n, 1/2*(n-a)^2-1)$ 。

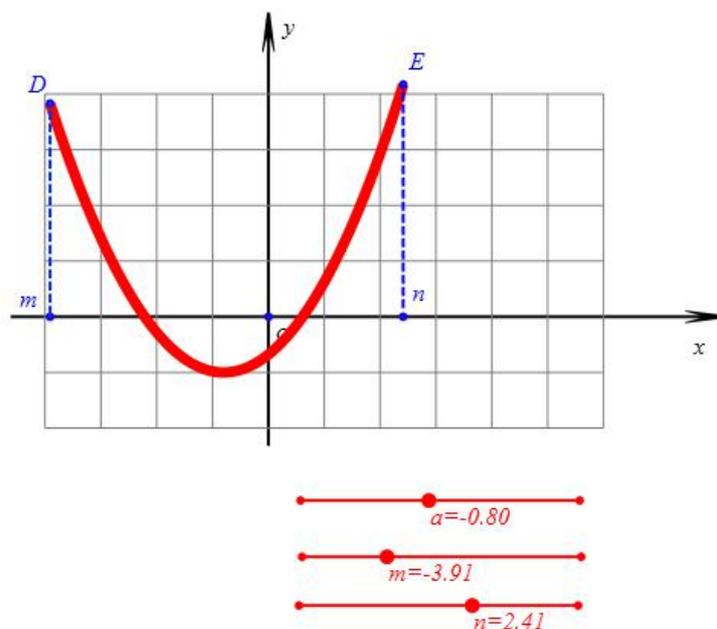
步骤 12: 连接线段 AD、BE, 并在右键菜单中将线段 AD 和 BE 的画笔“线型”设置为: 虚线。

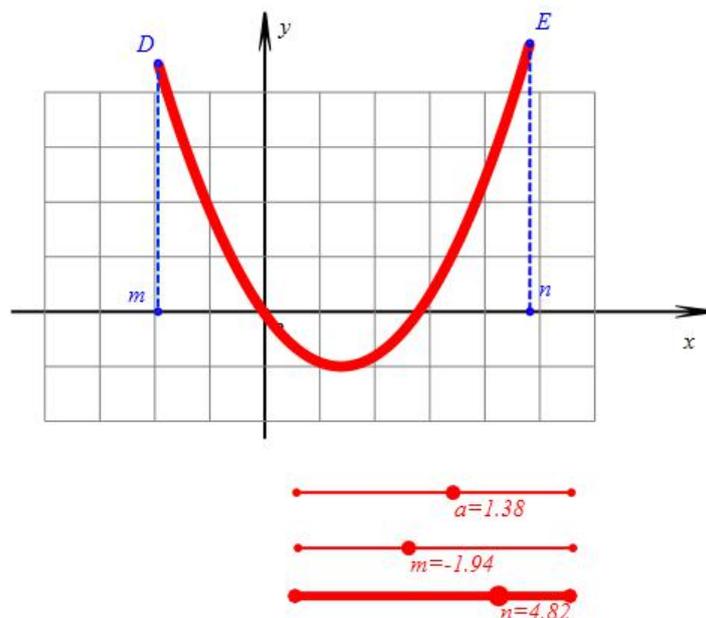
步骤 13: 将点 A 的名字修改为: m, 将点 B 的名字修改为: n, 将点 C 的名字修改为: a。结果如下图所示:



步骤 15: 选择曲线, 单击工具栏中【放大】工具, 增加曲线的画线宽度; 设置曲线的画线颜色为红色。

可以让参数 m、n、a 取不同的数值, 则对应不同的情况, 如下图 3.1.8 所示:

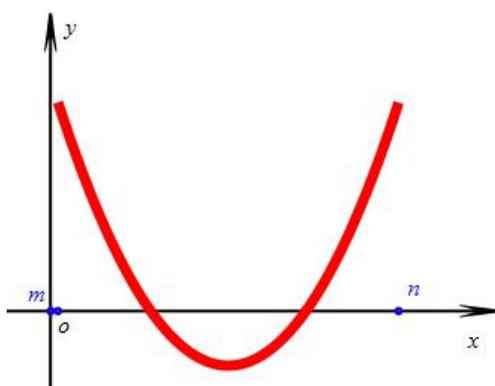




请你继续完成下面的操作，完成对应的任务，并思考后面的问题：

任务 1：请设法作出顶点坐标，并得出能够直接读出函数的最值，以及对应的 x 取值。

任务 2：作出函数 $y=a*(x-k)^2+h$ ，要求当 a 、 k 、 h 改变过程中，曲线总是能够显示对称轴两侧等距离的图像，如下图所示。

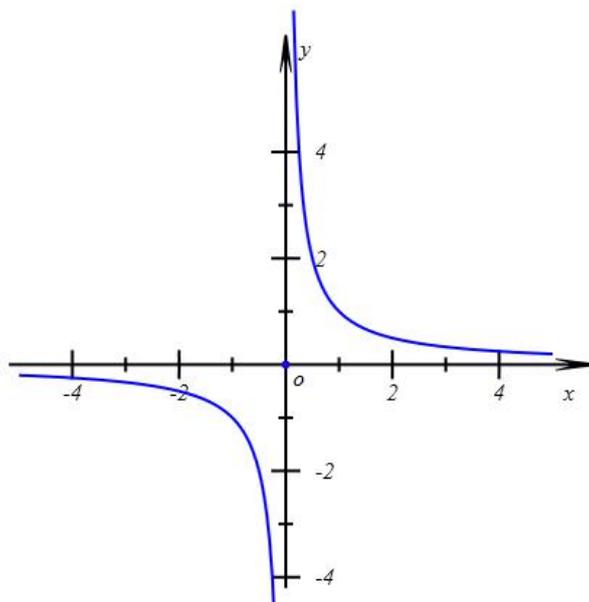


3.9、反比例函数曲线

绘制函数 $y=1/x$ 的图像，具体操作如下：

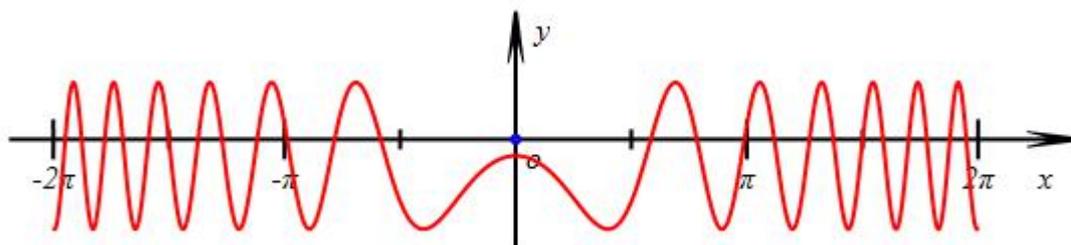
步骤 1：在新建文档，使坐标系可见，执行命令【画图|一般曲线|幂函数： $y=f(x)$ 】，弹出函数作图对话框。

步骤 2：在“y=”对应的编辑框中输入： $1/x$ ，作图范围-10 到 10，曲线点数：50，单击【确定】按钮完成，作出 $y=1/x$ 的图像，增加曲线的宽度，并设置画线颜色为红色，适当调整坐标系，结果如图 3.2.1 所示。



请你继续完成下面的操作，完成对应的任务，并思考后面的问题：

任务 1：如下图所示，为函数 $y=\sin(x^2)$ 在区间 $[-2\pi, 2\pi]$ 上的图像，请你在计算机中将它画出来。

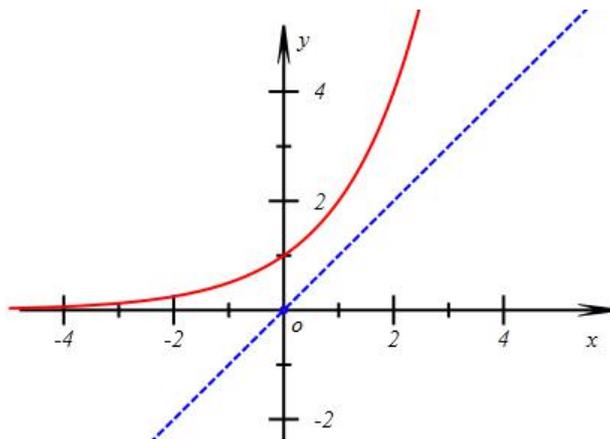


3.10、指数函数的图像

绘制函数 $y=a^x$ 的图像，操作如下：

步骤 1：在新建文档，使坐标系可见，执行命令【画图|一般曲线|幂函数： $y=f(x)$ 】命令，弹出函数作图对话框：在“y=”对应的编辑框中输入： a^x ，设置变量范围：-10 到 10，设置曲线的点数：500，单击【确定】按钮完成，作出 $y=a^x$ 的图像，增加曲线的宽度，并设置画线颜色为红色。

步骤 2：插入变量 a，设置其范围为 0 到 3，并把参数 a 调整到正数。结果如下图所示。



作出直线 $y=x$ ，然后做出指数函数关于直线 $y=x$ 的反函数曲线。操作如下：

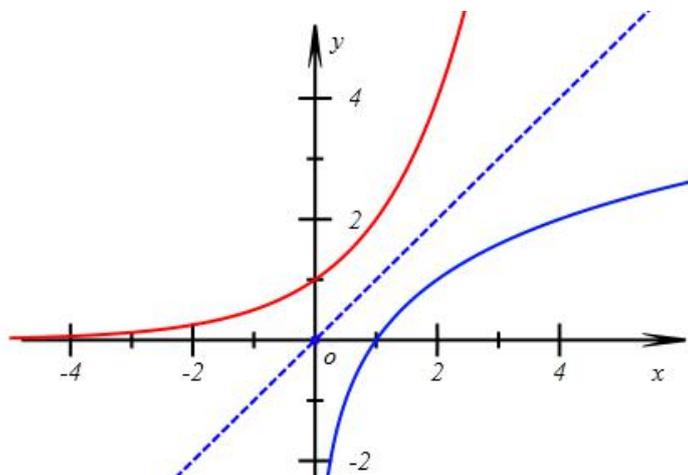
步骤 3：选择坐标原点 O，执行命令【作图|直线|点斜式方程】命令，弹出构造直线对话框，如下图所示，在“直线的斜率”编辑框中输入：1。



步骤 4：右击直线，在对话框中的【画笔】选项卡，设置画笔“类型”为：虚线，单击【确定】按钮完成。

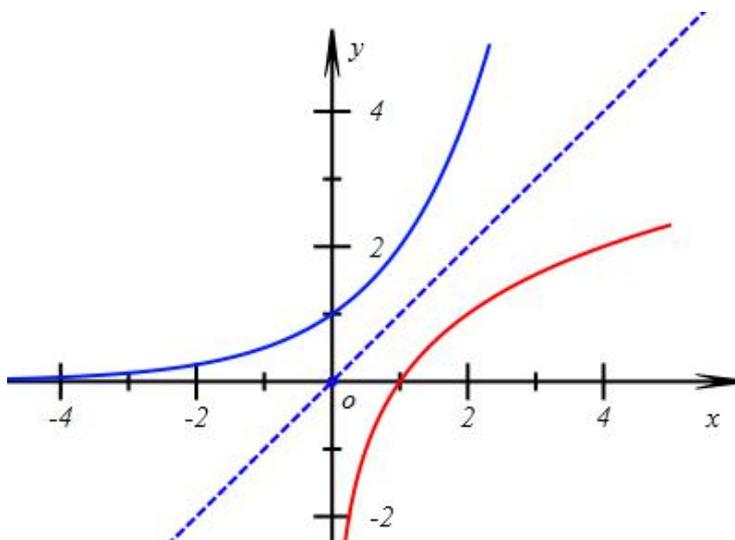
步骤 5: 依次选择曲线 $y=a^x$ 和直线 $y=x$, 执行命令【变换|反射】命令, 得到 $y=a^x$ 关于直线 $y=x$ 的对称曲线。

步骤 6: 将对称得到的曲线的画线颜色设置为: 蓝色。结果如下图所示:



将红色曲线的方程改为对数方程, 操作如下:

步骤 7: 打开曲线 $y=a^x$ 的属性对话框, 如左下图所示, 将函数的表达式修改为: $\log(a,x)$, 单击确定按钮, 如下图所示:



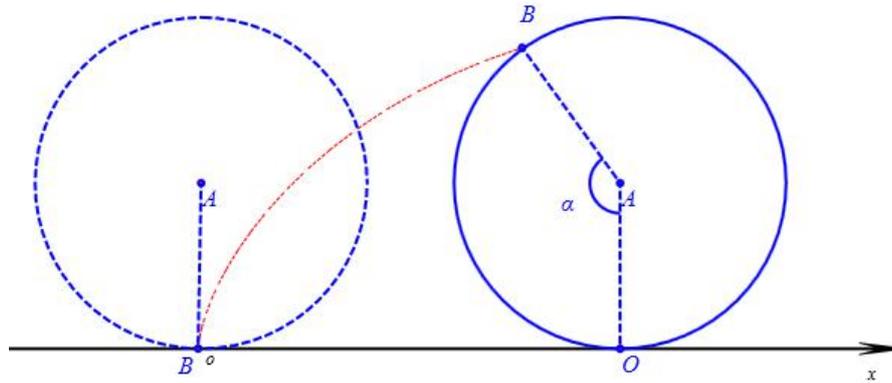
请你继续完成下面的操作, 完成对应的任务, 并思考后面的问题:

任务 1: 移动数 a 的变量控制尺观察图形变化。

任务 2: 观察当 a 取不同情况的数值时, 探讨对数函数 $y=\log(a,x)$ 与其反函数图像交点的情况。

3.11、参数方程的曲线

半径为 1 的圆 A 沿 x 轴无滑动的滚动, 在起始位置点 B 与坐标原点 O 重合。当圆滚动一段时间距离后, 点 B 绕点旋转过的角度为 α 弧度, 则圆心 A 在水平位置上平移过的距离 OO' 也为 a 。



跟踪点 B 得到的轨迹图形就是旋轮线。

容易推导, 点 B 的轨迹所在旋轮线的方程可表示为:

$$\begin{cases} x = a + \cos\left(-\frac{\pi}{2} - a\right) \\ y = 1 + \sin\left(-\frac{\pi}{2} - a\right) \end{cases} \quad (a \text{ 为参数})$$

化简后得到:

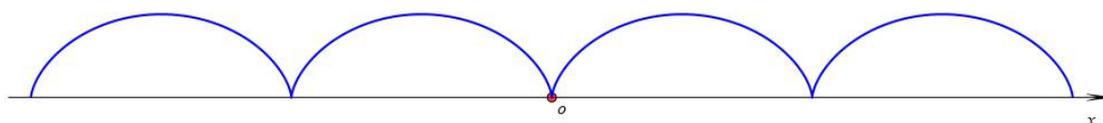
$$\begin{cases} x = a - \sin(a) \\ y = 1 - \cos(a) \end{cases} \quad (a \text{ 为参数})$$

由此, 我们可以直接画出半径为 1 的圆在 x 轴上无滑动地滚动时, 圆周上一点对应的旋轮线, 操作如下:

步骤 1: 执行命令【画图|一般曲线|参数方程: $x=x(t)$ $y=y(t)$ 】命令, 如下图所示, 选择函数的类型为: 参数方程, 在“x=”对应的编辑框中输入: $a - \sin(a)$, 在“y=”对应的编辑框中输入: $1 - \cos(a)$ 。



步骤 2: 在“参数范围”一行的中间编辑框中输入: a , 将 a 设置为参数方程的参数。设置参数范围为: -4π 到 4π , 单击【确定】按钮, 结果如图 3.4.3 所示:

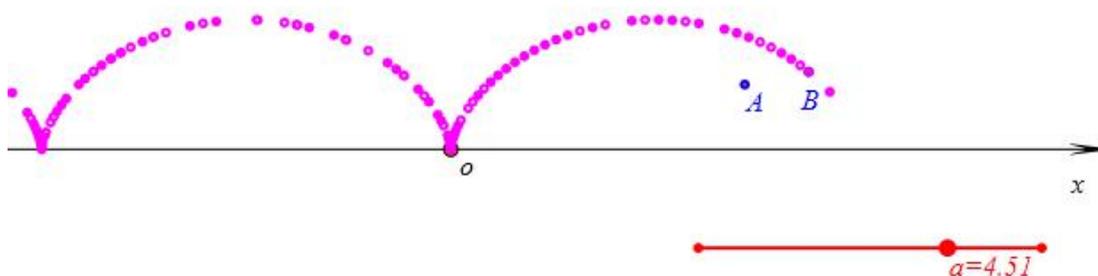


下面我们作出一个圆, 在该圆上任意取一点跟踪后得到的图形都是旋轮线。
首先作出圆心及圆周上的点, 操作如下:

步骤 3: 隐藏上部所作曲线, 作坐标点 $A(a, 1)$ 、 $B(a-\sin(a), 1-\cos(a))$, 执行【工具】【变量】命令作出变量 a 的控制条。



步骤 4: 跟踪点 B。如图 3.4.5 所示, 拖动变量控制条上的控制点, 则点 B 留下的踪迹就是旋轮线。

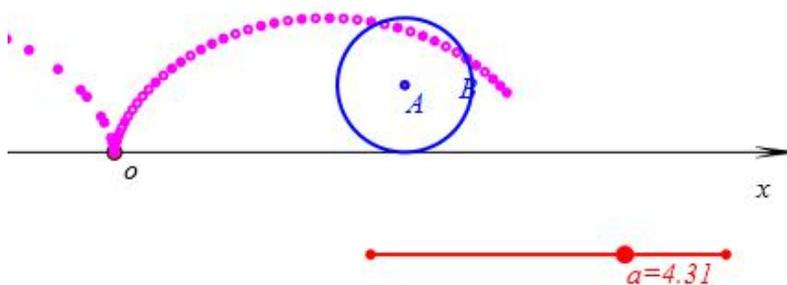


作出从点 B 出发、以点 A 为圆心的圆形曲线, 操作如下:

步骤 5: 执行命令【画图|一般曲线|参数方程: $x=x(t)$ $y=y(t)$ 】命令, 如下图所示, 选择函数的类型为: 参数方程, 在“x=”对应的编辑框中输入: $a-\sin(a+u)$, 在“y=”对应的编辑框中输入: $1-\cos(a+u)$ 。

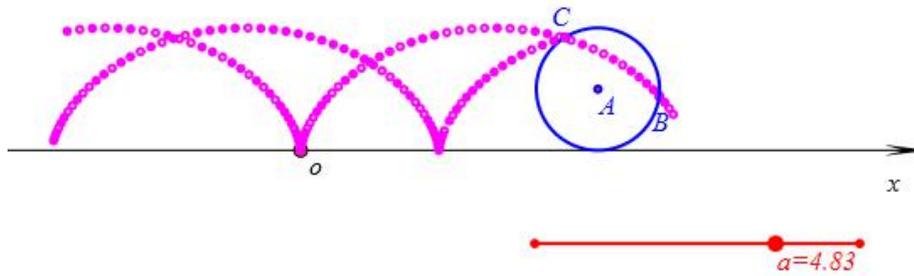


步骤 6: 在“参数范围”一行的中间编辑框中输入: u , 将 u 设置为参数方程的参数。设置参数范围为: -2π 到 2π , 单击【确定】按钮, 结果如下图所示:



步骤 7: 进入画笔状态, 在圆形上任意取一点 C , 跟踪点 C 。

在拖动点变量 a 控制条上的控制点的过程中可以观察到点 C 的轨迹图形, 如下图所示,



点 C 可以在圆周上被任意拖动，但结果跟踪点 C 留下的图形始终是旋轮线，只是相位会有区别。

请你继续完成下面的操作，完成对应的任务，并思考后面的问题：

通过上面的步骤 5 与步骤 6，我们可以明白圆形是从点 B 出发绕点 A 旋转一周的曲线。

在上面的作图过程中，点 B 只是帮助我们理解作出的圆形曲线。你可以将它和它的跟踪对象隐藏或者删除，可以刚开始不作出这个点。

任务 1：当圆的半径为 R 时，请你重新设计上面的实验。

若半径为 r 的圆沿半径为 R 的圆无滑动地滚动时，动圆周上一点 M 所描成的轨迹也是旋轮线，它的轨迹方程可表示为：

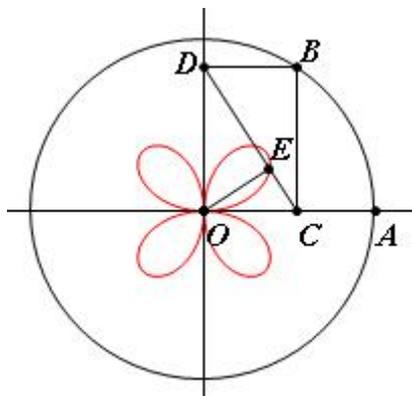
$$\begin{cases} x=(R+r)\cdot\cos(t)-r\cos\left(\frac{R+r}{r}\cdot t\right) \\ y=(R+r)\cdot\sin(t)-r\sin\left(\frac{R+r}{r}\cdot t\right) \end{cases}$$

t 为参数，表示动圆的圆心从 x 轴正方向上出发旋转过的角度。

任务 2：请你设计一个圆在圆上滚动的实验。使得在滚动的圆上任意取一点，跟踪得到的图形都是旋轮线。

3.12、极坐标方程曲线

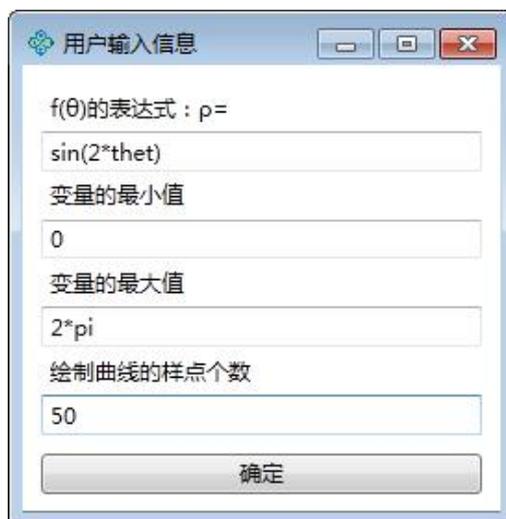
如下图所示，是利用著名的“滑动的梯子”模型所构造的四叶玫瑰曲线。



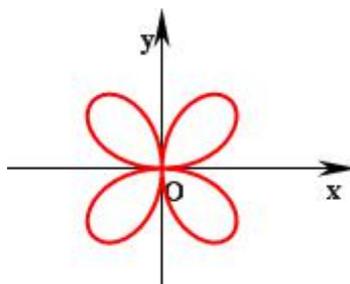
四叶玫瑰曲线可以用极坐标方程标示为： $\rho = \sin(2\theta)$ 。

下面我们通过函数方程直接作出四叶玫瑰曲线，操作如下：

步骤 1：执行命令【画图|一般曲线|极坐标方程： $\rho = \rho(\theta)$ 】命令，如下图所示，在“ $\rho =$ ”对应的编辑框中输入： $\sin(2*\text{thet})$ （其中 thet 是希腊字母 θ 的单词的第 4 个字母，在这里表示 θ ），



步骤 2：在“参数范围”一行设置参数 thet 的范围为：0 到 $2*\pi$ 。单击【确定】按钮，右击曲线设置设置画笔颜色为：红色。结果如图 3.5.3 所示：



请你继续完成下面的操作，完成对应的任务，并思考后面的问题：

任务 1：方程 $\rho=3\sin(2\theta)$ 表示半径为 3 的四叶玫瑰曲线。请你作出半径为 R 的四叶玫瑰曲线。

任务 2：方程 $\rho=5\sin(n\theta)$ 也是玫瑰曲线。做出 n 为整数时的半径为 5 的玫瑰曲线，并改变参数 n 的值，观察玫瑰曲线的变化特点。

任务 3：方程 $\rho=5\cos(2\theta)$ 对应的曲线也是四叶玫瑰线，请你作出该方程对应的曲线，并与方程 $\rho=5\sin(2\theta)$ 对应的四叶玫瑰曲线进行比较，说出他们的联系与区别。

第四部分 动态数学专题功能介绍

在基本入门之后，我们也许有兴趣或有必要把动态数学软件的某些功能研究透彻。

在这里我们就列举了一些常用的、重要的功能，包括：

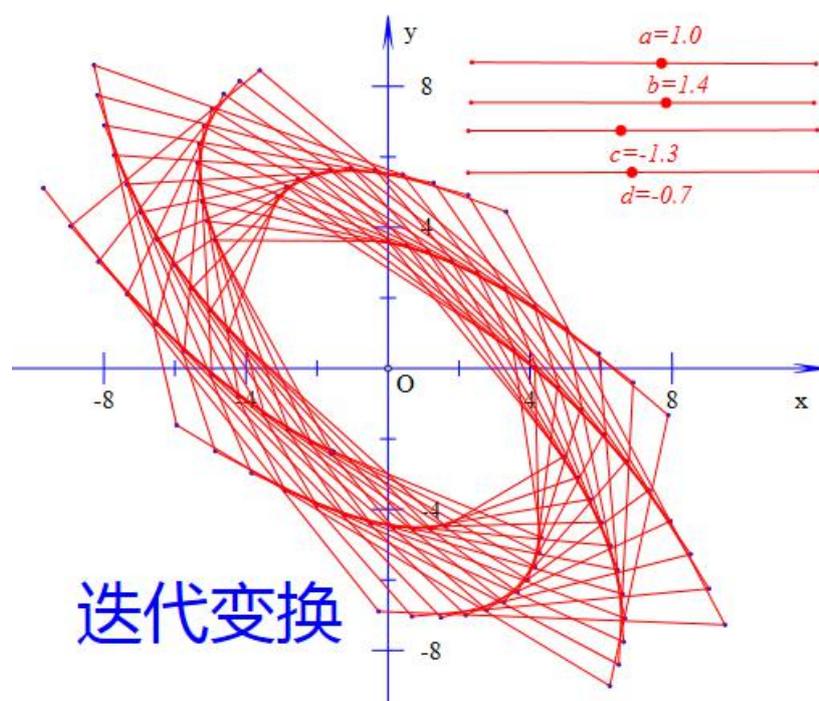
变量尺的操作；

如何进行测量与计算；

怎样设置一个动作按钮；

跟踪与轨迹是怎么构造出来的；

.....



4.1、变量小尺

变量尺是经常使用到的功能，功能是对特定的变量进行数值上的控制，对应的函数是 $Variable(,)$ 。

点击“插入”菜单的“变量”命令，可以打开变量尺的输入框（这里输入一个 n ，即生成 n 的变量尺）：



图 4.1.1



图 4.1.2

变量尺其实本质上就是线段的点，但又有所不同，这也是为什么在使用轨迹时可以把变量尺当动点来看。

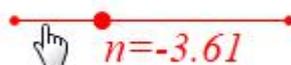


图 4.1.3

当把鼠标移到变量尺上时，鼠标变成一个手型，此时按住鼠标左键可以拖动变量尺，改变 n 的值。



图 4.1.4

如果变量尺处于选择状态，此时鼠标移到变量尺上，鼠标会变成一个十字箭

头。此时按住鼠标左键可以拖动变量尺，改变变量尺的位置。



图 4.1.5

变量尺处于选择状态时，如果鼠标移到变量尺的两端，鼠标会变成一个十字箭头。此时按住鼠标左键可以拖动变量尺，改变变量尺的长度。

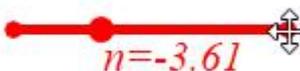


图 4.1.6

变量尺处于选择状态时，如果鼠标移到变量尺的文本位置，鼠标会变成一个十字箭头。此时按住鼠标左键可以拖动变量尺文本的位置。



图 4.1.7

4.2、属性设置

每一个对象都有相应的属性对话框，通过属性对话框可以设置对象的字体、颜色、大小、透明度等等。首先，先了解文档的属性对话框，在作图区的空白处右击，可以打开文档的属性对话框。

文档的“属性对话框”分别有“画笔”、“画刷”、“字体”和“其他”四个选项卡。其中，“画笔”和“画刷”是所有对象都有的内容。

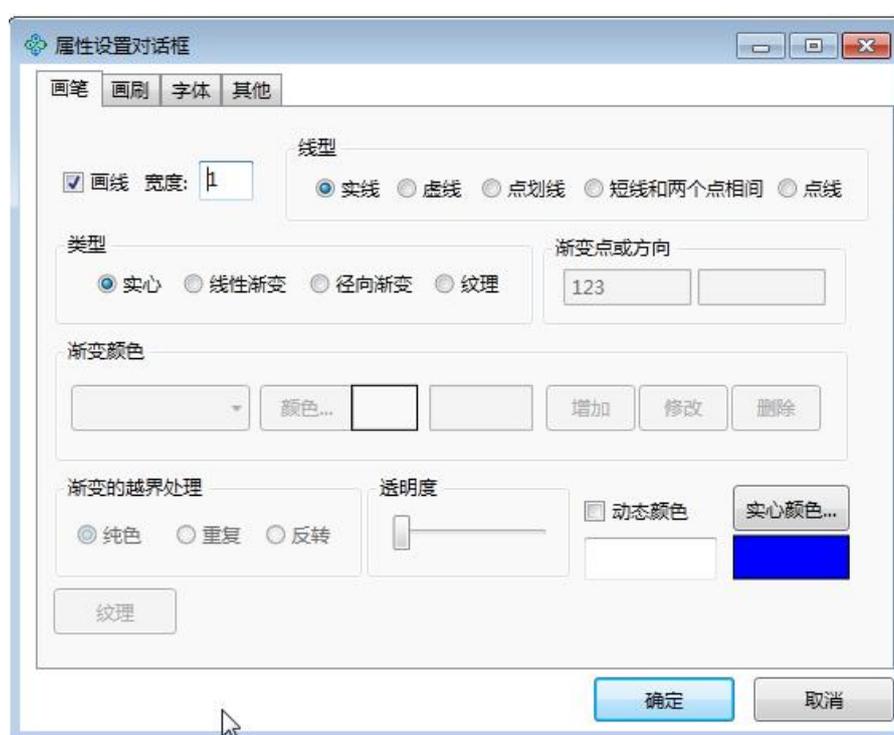


图 4.2.1

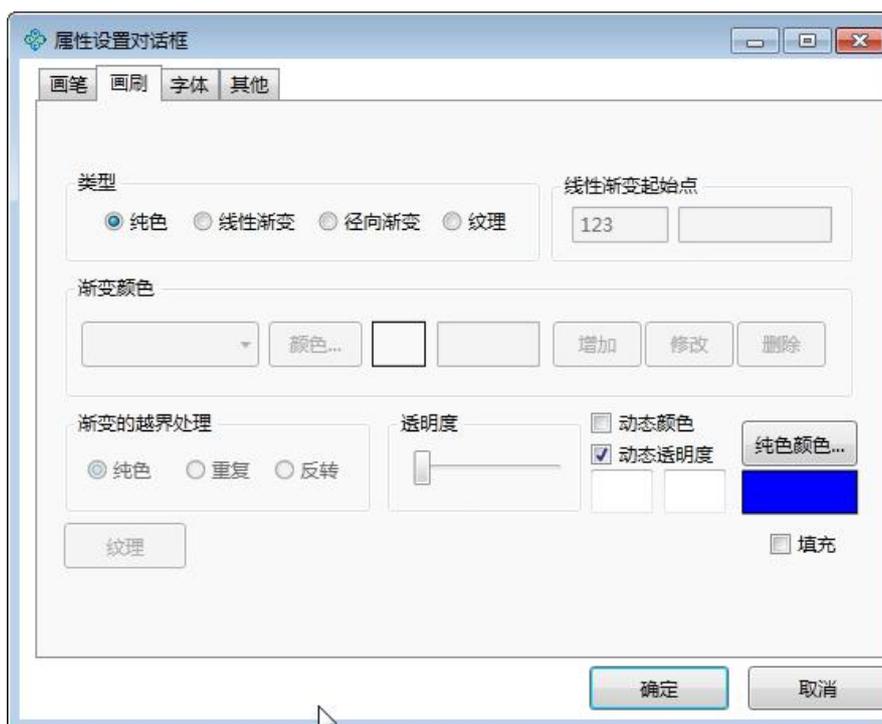


图 4.2.2

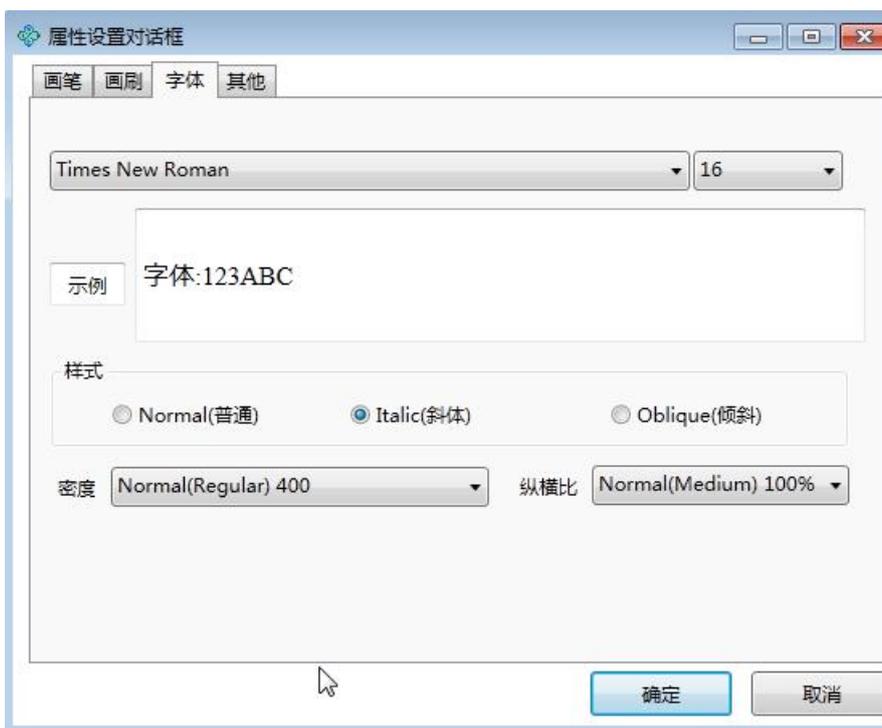


图 4.2.3

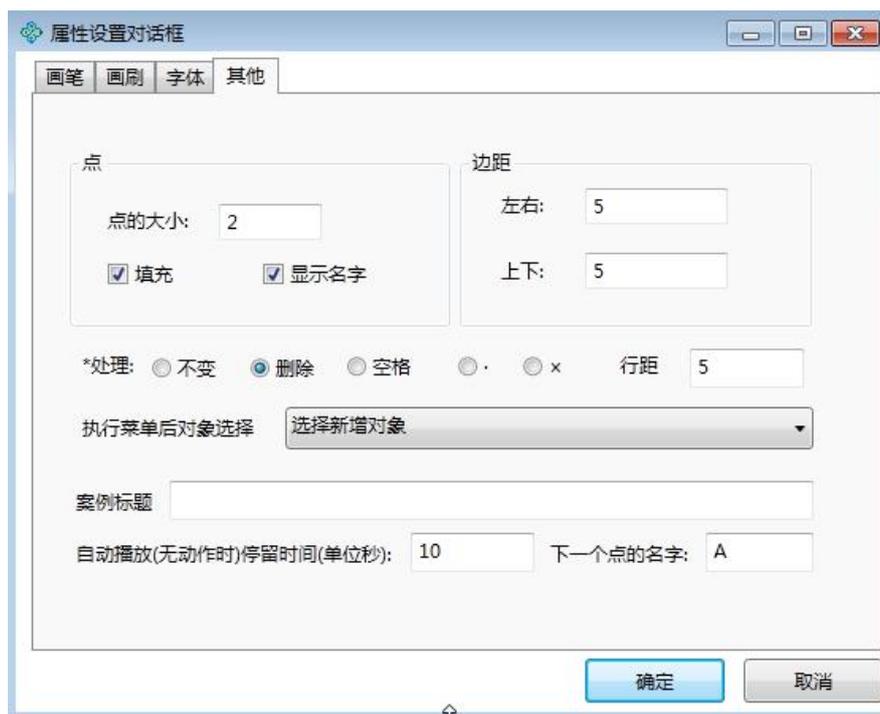


图 4.2.3

设置完文档的“属性对话框”，则以后生成的对象都默认应用这些属性。例如，设置“其他”中点的大小为“2”，“填充”以及“显示名称”，则以后生成点都是默认大小为2，填充颜色以及显示点的名称。当然，点的名称的属性需要在“字体”中进行设置。

后面我们主要了解对象的颜色设置以及动态颜色与动态透明度。

首先，使用“画笔”工具绘制一个圆 AB ，选择圆并且右击，打开属性对话框。

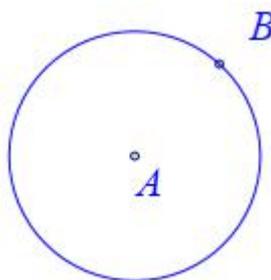


图 4.2.4

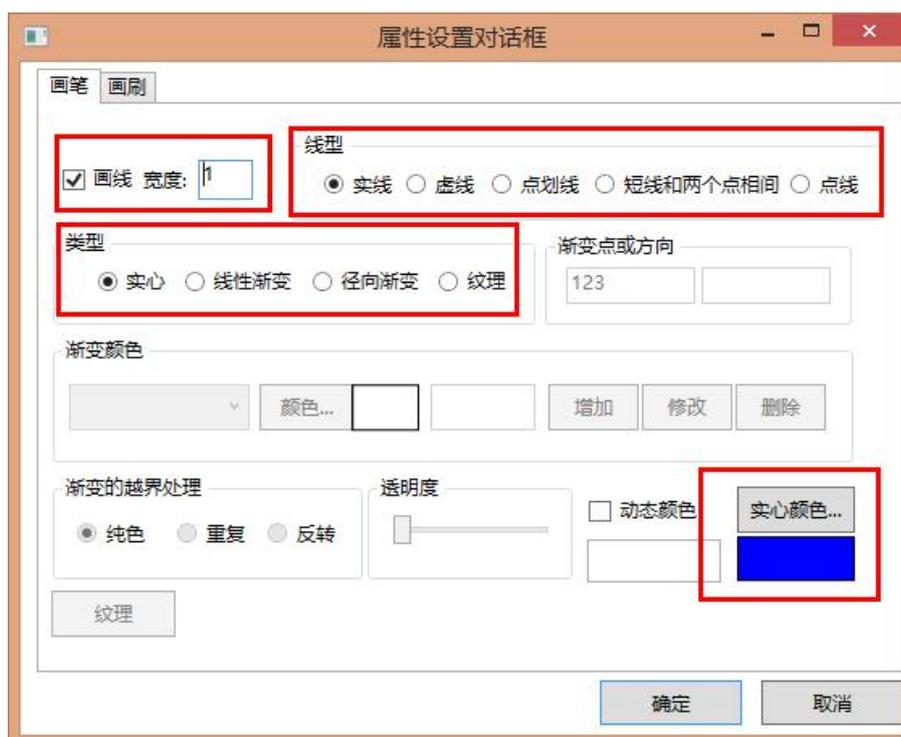


图 4.2.5

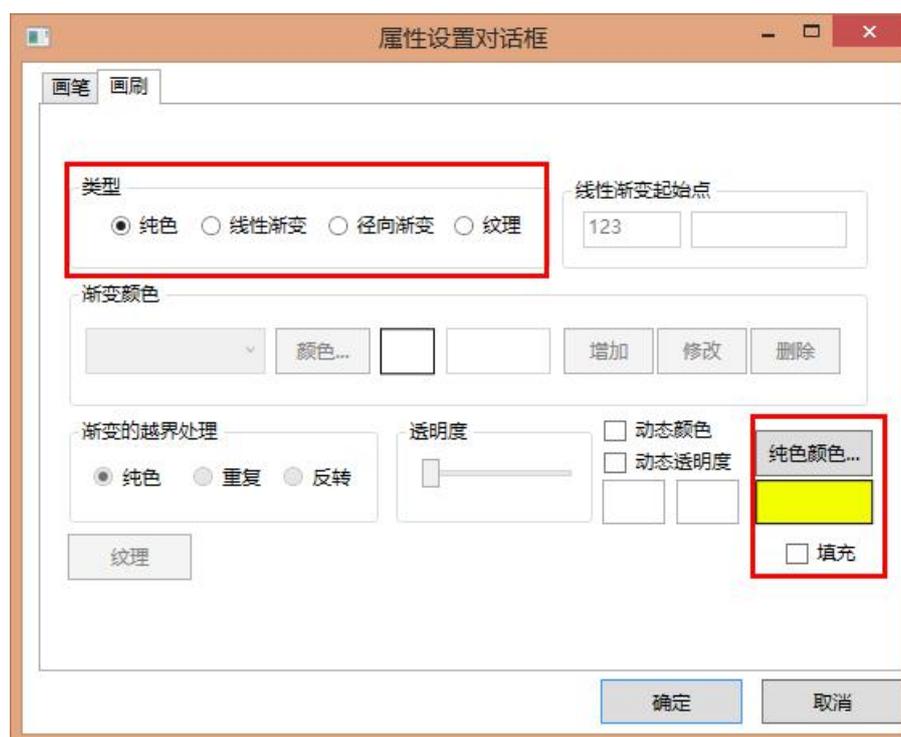


图 4.2.6

其中，“画笔”的属性设置是对圆的线条设置，而“画刷”是对填充颜色的设置。由于填充颜色默认是不填充的，所以这里没有具体看出来。将画刷的填充颜色的

勾选框勾选起来，然后确定。

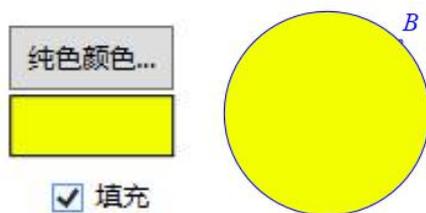


图 4.2.7

填充的颜色默认是纯色填充（“画笔”里面是“实心”），也可以是其他类型，例如改为“径向渐变”。



图 4.2.8

修改两个渐变颜色为白色和黑色。

首先选择第一个颜色（中心颜色）：



图 4.2.9

然后点击颜色：



图 4.2.10

选择白色，然后确定：

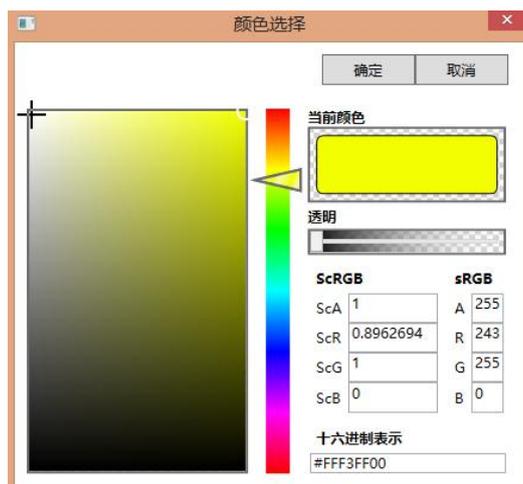


图 4.2.11

最后单击“修改”：

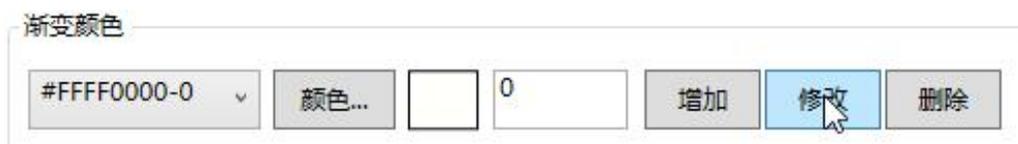


图 4.2.12

第二个渐变颜色修改为黑色，步骤同上。

修改两个颜色之后，设置一下中心颜色的起始位置为 0.4,0.4。

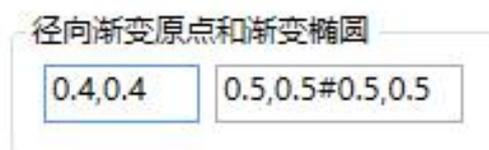


图 4.2.13

最后结果如下：

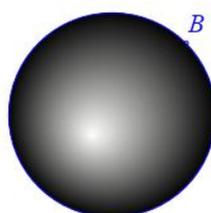


图 4.2.14

现在介绍一下如何设置对象的“动态透明度”和“动态颜色”。仍以圆 AB 为例，

打开圆 AB 的属性对话框，查看“画笔”和“画刷”两个栏目，都发现有“动态颜色”的字样。而“画刷”还有一个“动态透明度”。

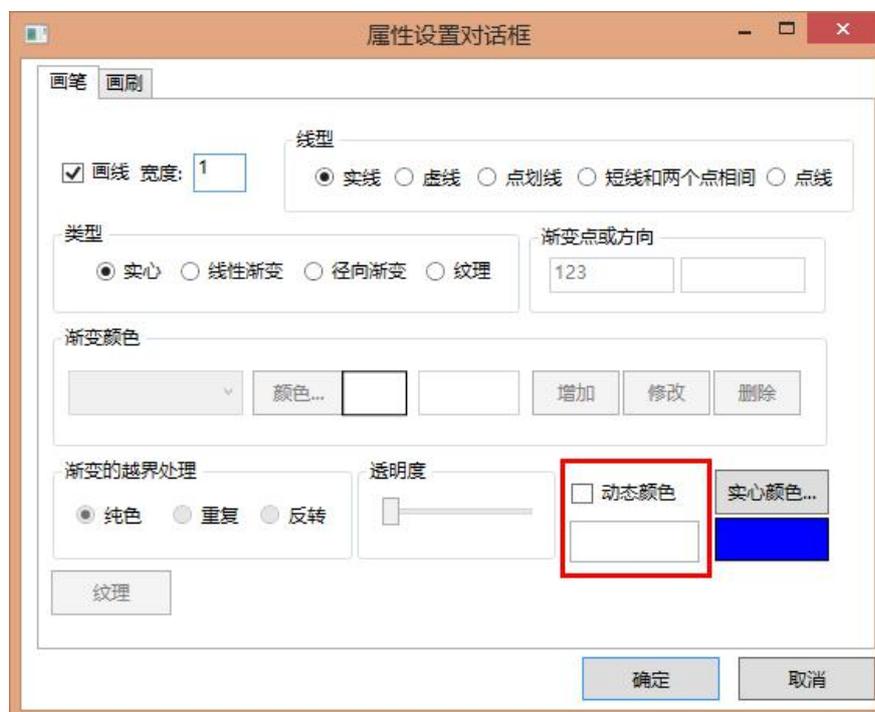


图 4.2.15

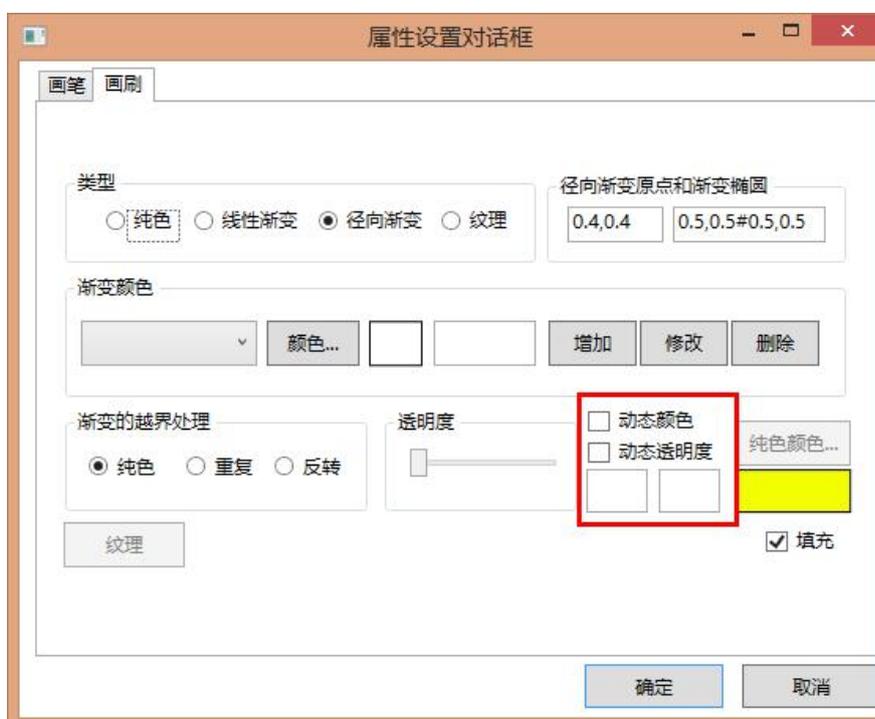


图 4.2.16

下面以一个例子说明动态透明度的用法。如下图，勾选“画刷”的“动态透明度”，并在右边框中输入一个变量 t 。

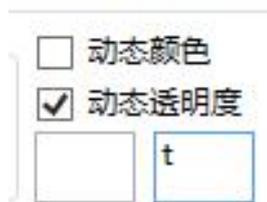


图 4.2.17

点击“插入”菜单的“变量”命令，输入 t ，范围为-1~2。点击“确定”生成 t 的变量尺。



图 4.2.18

拖动 t ，可以发现当 t 的值小于等于 0 时，对象是透明的；当 t 大于等于 1 时对象不透明，而当 t 在 0~1 之间变动时，对象处于透明到不透明的渐变过程。

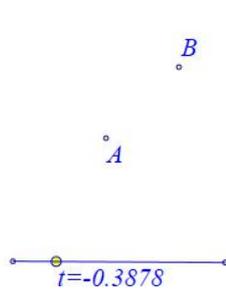


图 4.2.19

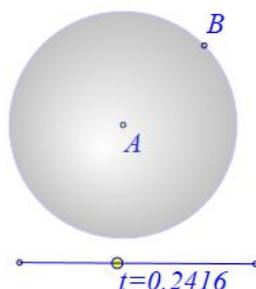


图 4.2.20

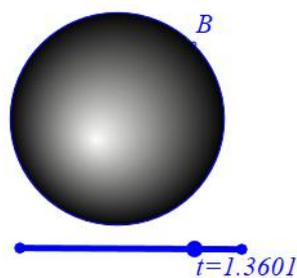


图 4.2.21

需要注意的是，动态透明度输入的是一个变量，不能是一个数值，也不能是一个式子。如果想要输入一个式子，可以先测量一下所要输入的式子，再在动态

透明度对应的框中输入测量变量名称即可。

例如，点击“测量”菜单下的“表达式”，输入“ $sign(t,0)*1$ ”，测量变量不输入，使用系统默认的变量名称。（注 $sign(a,b)$ 是系统的一个函数，当 a 大于等于 b 时， $sign(a,b)=1$ ，否则等于 0）

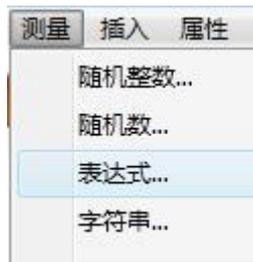


图 4.2.22



图 4.2.23

将“画刷”的 t 换为 $v000$ （注：默认测量变量具体视情况而定，后面会介绍到。想要查看填入哪个测量变量，可以右击生成的测量文本，打开属性对话框，在右下角可以看到。具体请参见《初识测量》一节）。就可以实现当 t 大于 0 时，对象不透明的效果。



图 4.2.24

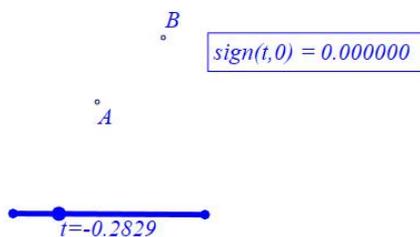


图 4.2.25

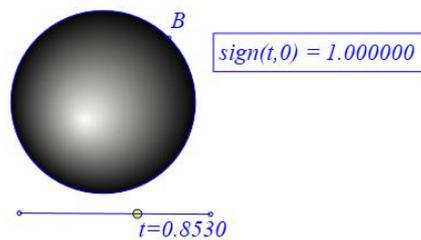


图 4.2.26

动态颜色与动态透明度的操作方法类似。注意画笔的“动态颜色”控制线条和文本的动态效果，而画刷的“动态颜色”控制填充颜色的动态效果。而且“动态颜色”只对纯色填充有效果。下面以画刷的“动态颜色”为例。如下图，勾选“画刷”

的“动态颜色”，在对应的左框中输入一个变量 k ，并且将填充类似改为“纯色”。



图 4.2.27

同样添加 k 的变量尺，范围是 0~360。拖动 k ，观察 k 的值与填充颜色的对应关系。

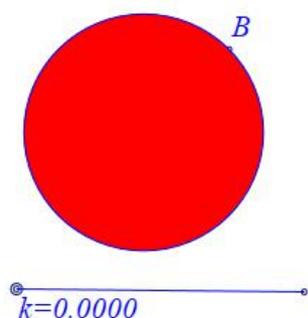


图 4.2.28

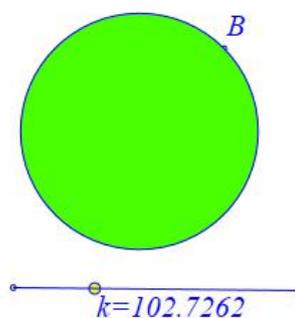


图 4.2.29

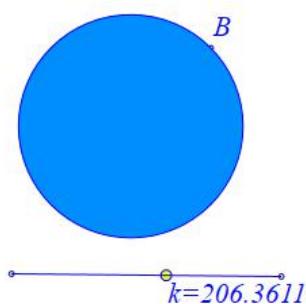


图 4.2.30

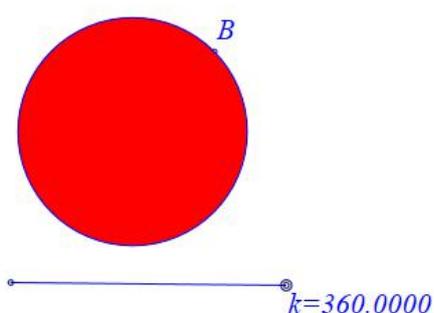


图 4.2.31

Hawgent 皓骏的动态颜色使用的是 HLS 的颜色空间，且只对 H 的动态，其范

围是 $0\sim 360$ 。

4.3、操作案例

单击菜单栏的“文件”，可以看到四个关于“案例”的四个命令。

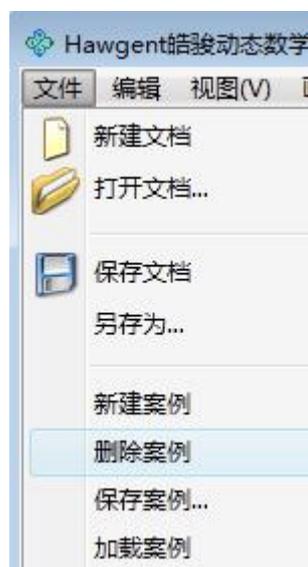


图 4.3.1

“案例”指的就是课件的每一页。Hawgent 皓骏的每一个案例有相应的“页码”，起始页就是第 0 页，后面接着就是第 1 页，以此类推。

“新建案例”：通过该功能可以新建一个按能力，对应的函数是 *newCase()*。

“删除案例”：删除某一个不需要的案例，这时候 Hawgent 皓骏自动跳转至下一案例。对应的函数是 *deleteCase()*。

(注：当删除的案例是最后一个案例的时候，由于不能跳转至下一个案例，因此 Hawgent 皓骏并没发生什么变化，此时需要手动单击“激活上一案例”或者单击工具栏的。)

“保存案例”：保存需要重复用到的案例，对应的函数是 *saveCase()*。

(注：保存的案例的后缀是 *sec*，与课件不是一回事。)

“加载案例”：加载已经保存的案例，对应的函数是 *loadCase()*。

4.4、截图工具

对于一个绘制好的图形,如果我们想要把图像保存到 *word* 里面,可以单击“编辑”菜单栏的“复制图形”(注:对应的函数是 *copyBmp()*) :



图 4.4.1

例如, 我们想截取下面案例的图形:

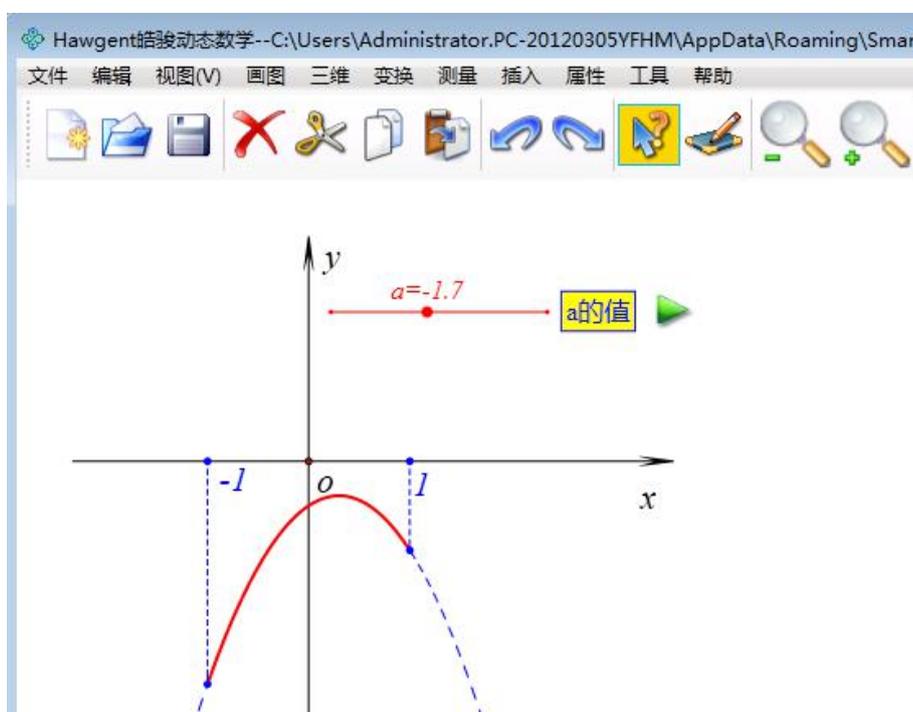


图 4.4.2

单击“编辑“菜单栏”的“复制图形”，此时出现一只画笔。使用画笔选定一个区域，然后 *word* 里面按粘贴的快捷键 *Ctrl+V* 即可：

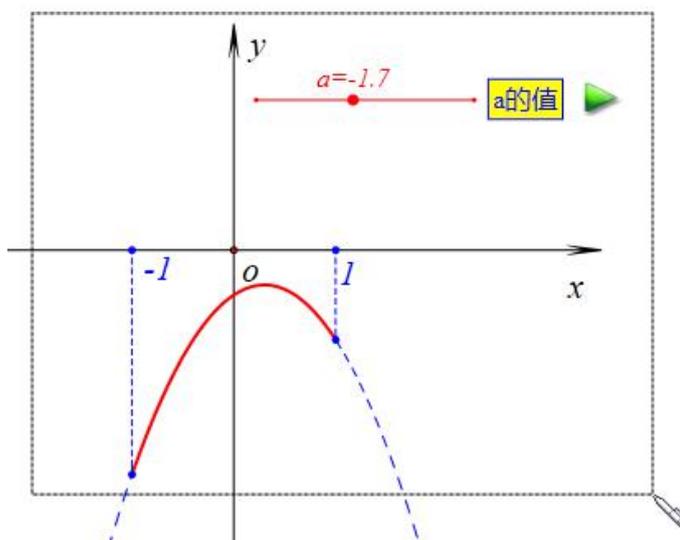


图 4.4.3

4.5、对象关联

在“编辑”菜单下有一个“对象关联”子菜单。需要注意的是选择对象的顺序要与菜单的顺序相同。例如，“文本和点关联”就必须先选择文本，再选择点，这样才能激活菜单。

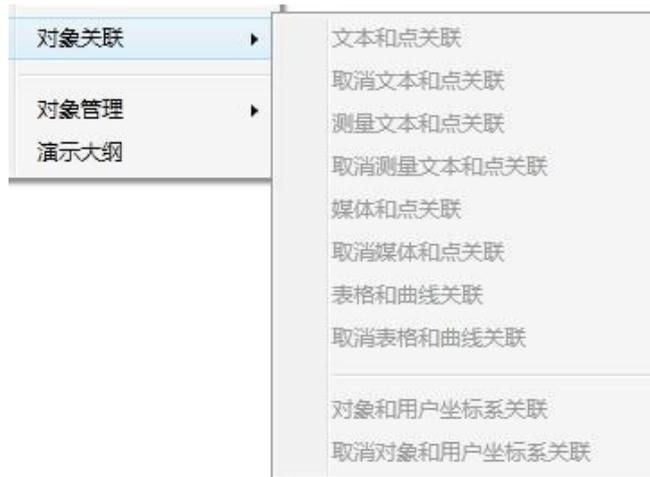


图 4.5.1

“文本和点关联”：选中一个“数学文本”（或者“普通文本”）以及一个点，激活该命令并使用，可以使得点与文本进行关联。对应的函数是 $TextAssoc(,)$ 。

“测量文本和点关联”：选中一个“测量文本”以及一个点，激活该命令并使用，可以使得点与测量文本进行关联。对应的函数是 $TextAssoc(,)$ 。

（注：“测量文本”是指利用测量功能形成的文本，特点是文本基本都有一个测量变量（“字符串”除外）。）

“媒体和点关联”：选中一个“媒体”以及一个点，激活该命令并使用，可以使得点与媒体进行关联。对应的函数是 $MediaAssoc(,)$ 。

（注：Hawgent 皓骏的“媒体”是指图片、音频、视频与语音合成。）

上面三个关联的作用是让被关联的对象随着关联的点的位置变化而变化。让原本不能“动”的对象动起来。

“表格和曲线对象关联”：选中一个统计表格以及函数曲线，激活该命令并使用，可以使得函数曲线与统计进行关联。对应的函数是 *StatAssoc()*。

该关联的作用是统计表格现在曲线上的一系列点，例子如下。

点击“画图”菜单下的“一般曲线”子菜单，选择“ $y=f(x)$ ”，绘制函数曲线： $y=x^2$ ，范围是-2~2，样本点是 n 。

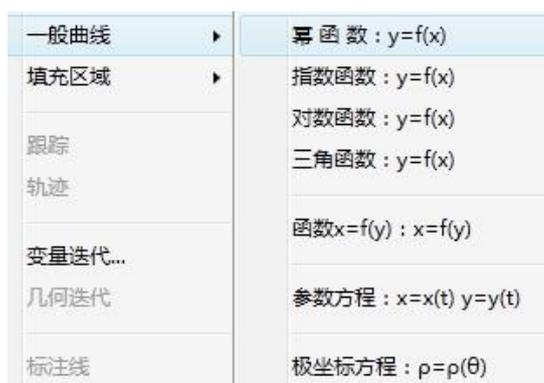


图 4.5.2

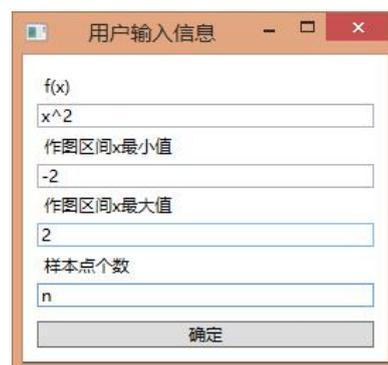


图 4.5.3

点击“插入”菜单下的“变量”，输入 n ，做 n 的变量尺。



图 4.5.4

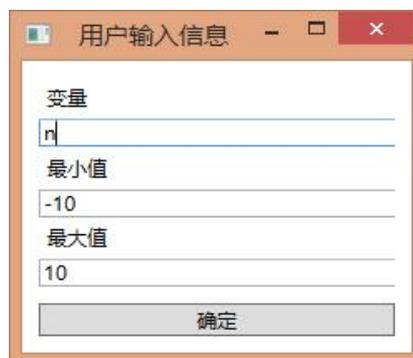


图 4.5.5

点击“插入”菜单下的“表格”，生成一个统计表格。



图 4.5.6

选择统计表格与函数曲线进行关联，拖动 n ，观察 n 的值与统计表格的关系。

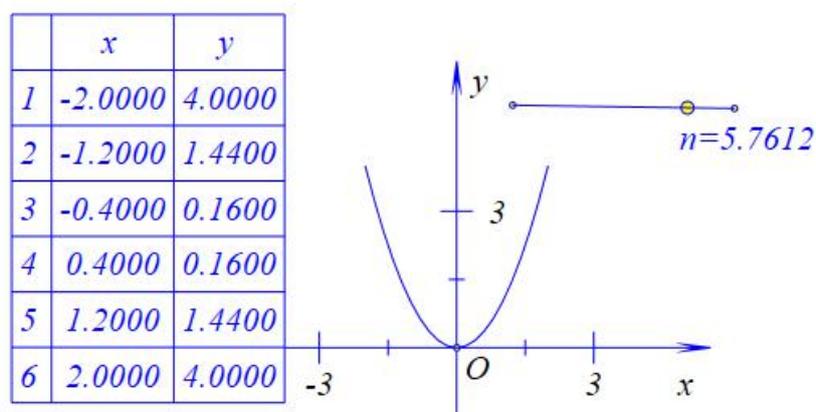


图 4.5.7

(注：右击表格，打开属性对话框，可以设置“统计表格”的数值的小数点位数。)

“对象和用户坐标系关联”：选中任意一个对象以及一个用户坐标系，激活该命令并使用，可以使得对象脱离系统坐标系，成为用户坐标系的一个对象。对应的函数是 *UserCoordAssoc()*。具体例子如下。

首先建立一个“用户坐标系”：选择一个点 A ，点击“画图”菜单下的“用户坐标系”命令，生成一个用户坐标系。使用画笔绘制一个点 B ，选择点 B ，并且选择用户坐标系，使用“对象和用户坐标系关联”，此时点 B 进入用户坐标系。



图 4.5.8

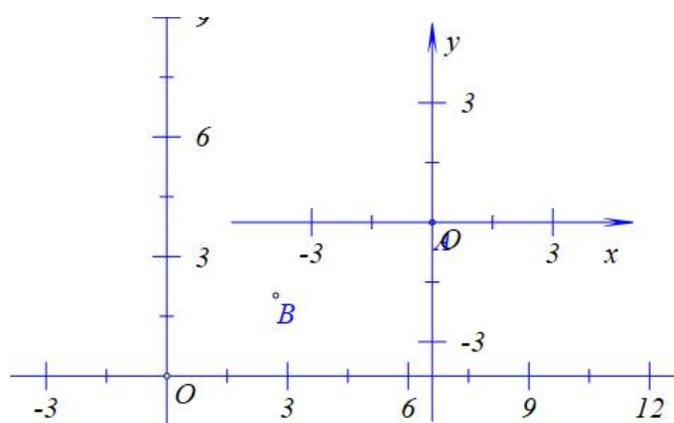


图 4.5.9

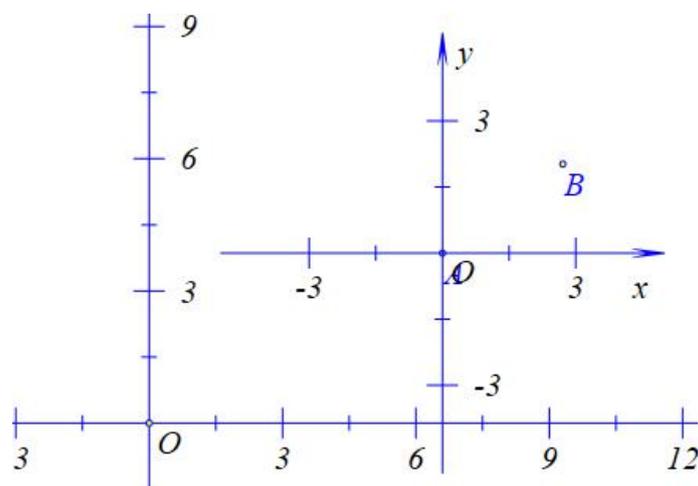


图 4.5.9

若要使得点 B 回到原来的系统坐标系，可以选择点 B ，然后单击“取消对象的用户坐标系关联”（对应的函数是 $UnUserCoordAssoc()$ ）。

4.6、视图窗口

Hawgent 皓骏的视口有非常多的用途。

首先，我们单击“插入”菜单下的“矩形视口”，然后再绘制一个圆：

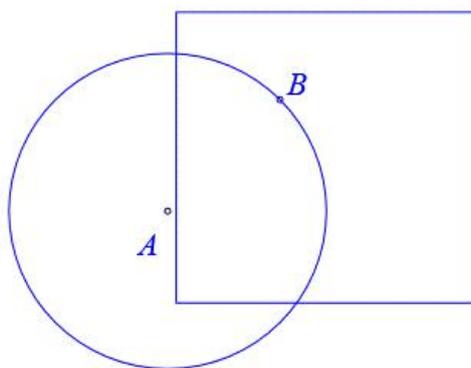


图 4.6.1

然后先选择圆，再选择矩形视口，最后单击“编辑”菜单中的“裁剪对象”命令。

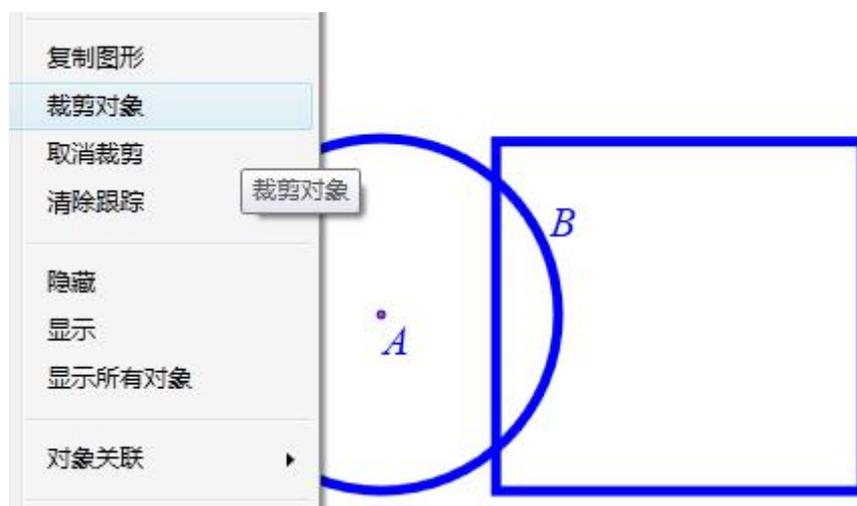


图 4.6.2

效果如下：

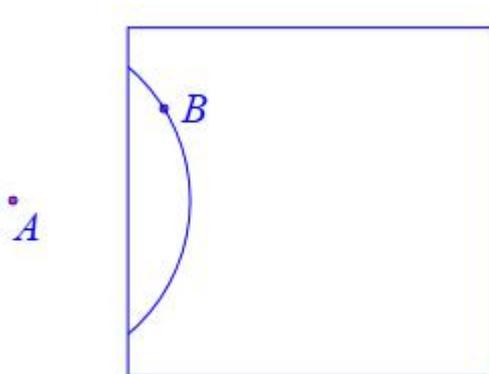


图 4.6.3

圆 AB 已经被矩形视口“裁剪”了，只有在视口内才会显示圆。将矩形视口删除，只需要手动刷新一下界面即可显示原来的圆 AB 。注意裁剪的顺序是先选择被裁剪的对象，再选择窗口。对于“椭圆视口”有相同的操作。如果需要取消裁剪，按照相同的步骤选择对象，然后单击“取消对象的裁剪”。

事实上，“矩形视口”与“椭圆视口”只是提供了两个现成的窗口，任何一个对象都可以作为一个窗口。而这些窗口因为都是对象，可以使用动画命令，因此在 Hawgent 皓骏中非常容易制作一个遮罩动画：

新建一个案例，绘制线段 AB ，取线段 AB 上的一点 C ，然后以 C 为圆心做一个半径为 3 的圆。使用“数学公式”输入一个文本“遮罩动画”。

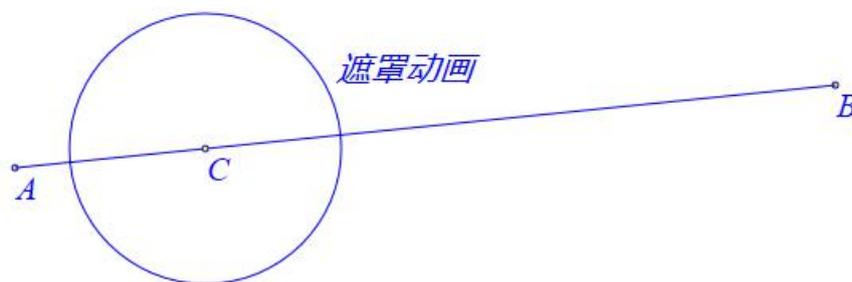


图 4.6.4

先选择文本，然后选择圆，最后单击“裁剪对象”：

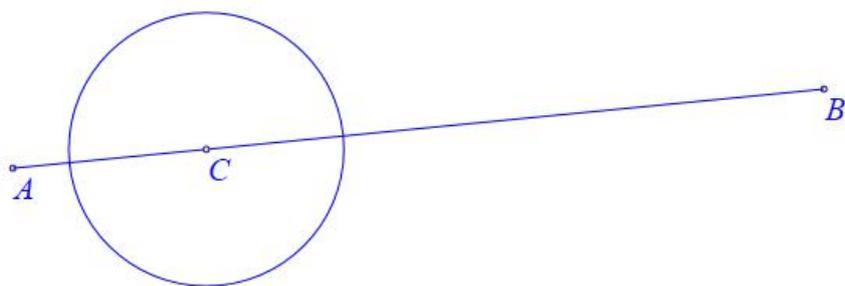


图 4.6.5

点击“视图”菜单栏的“动画控制对话框”：

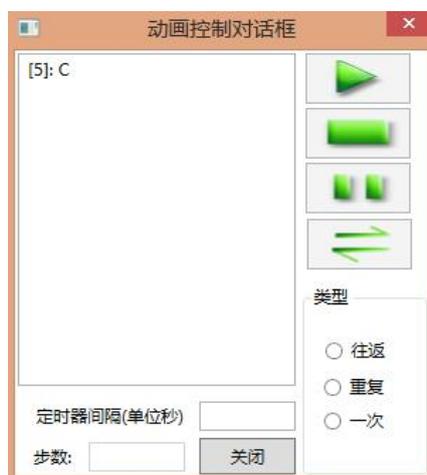


图 4.6.6

选择点 C ，单击播放按钮 ，效果如下：

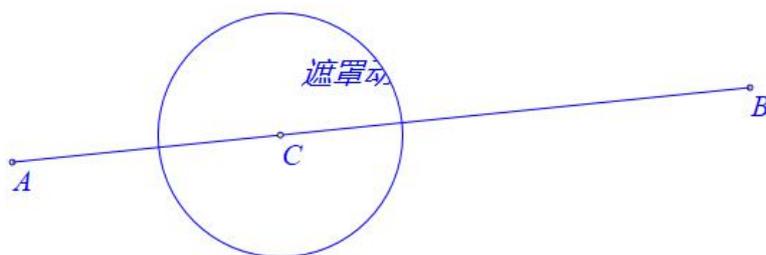


图 4.6.7

需要注意的是，作为窗口的对象如果被另一个窗口裁剪，并不会影响对原来对象的显示。同一个对象只能被裁剪一次，多个窗口剪切同一个对象，默认最后一次有效。

4.7、作图规则

Hawgent 皓骏中的“画图”菜单有许多功能，这里也不一一介绍，只介绍几个较难用或者需要注意的地方。其他功能读者可以自行探索。

(1) “画笔”工具绘制的自由点，是作图菜单里面没有的。鼠标左击点并且按住不放拖动，可以改变自由点的位置。点处于选中状态时，当鼠标靠近点的名称时，鼠标会变成十字箭头，此时按住鼠标左键不放并进行拖动，可以改变点的名称的位置。



图 4.7.1

(2) 除了点之外，其他对象是没有名称的。想要给其他对象，只能使用文本并且关联。

(3) 除了“平行线上的点”和“垂直线上的点”，其他所有的“自由点”的命令都可以使用“画笔”实现。

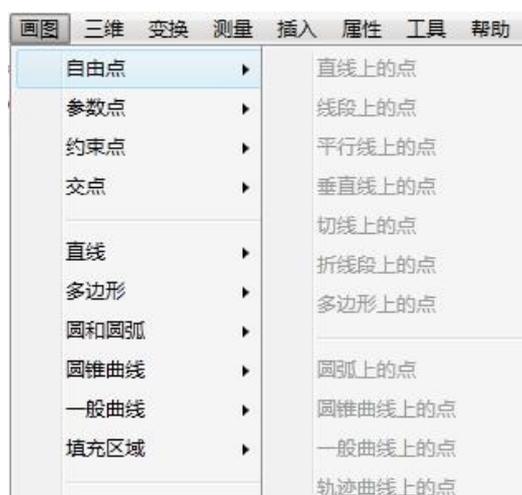


图 4.7.2

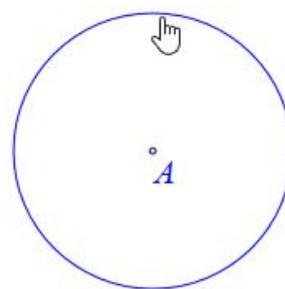


图 4.7.3

(4) “平行线上的点”和“垂直线上的点”命令，必须先选择一个点，再选择一条线段（射线、直线），才能激活菜单。



图 4.7.4

(5) “中点”

使用“画笔”工具绘制两个点，然后依次选择两个点，单击“画图”菜单的“约束点”的“中点”命令。



图 4.7.5

(6) “点在直线上的垂足”，必须先选择一个点，再选择一条线段（射线、直线），才能激活菜单。

(7) “比例点”必须依次选择四个点才能激活菜单，点击菜单之后还需要输入一个比值。例如，依次选择点 A 、点 B 、点 C 和点 D ，则做出的点 E 是 \overline{AB} 上的一点（有方向，由输入的比值的符号决定），且满足 $\frac{AE}{CD} = \text{输入的比值}$ 。



图 4.7.6

(8) “直线上的参数点”与“圆上的参数”输入的可以是一个数值、变量，也

可以是一个式子。

(9) “交点”的一系列命令在使用的时候，要按照菜单的说法选取对象。例如“平行直线和圆弧的交点”，必须先选择一条线段（射线、直线），再选择圆弧，才能激活菜单。

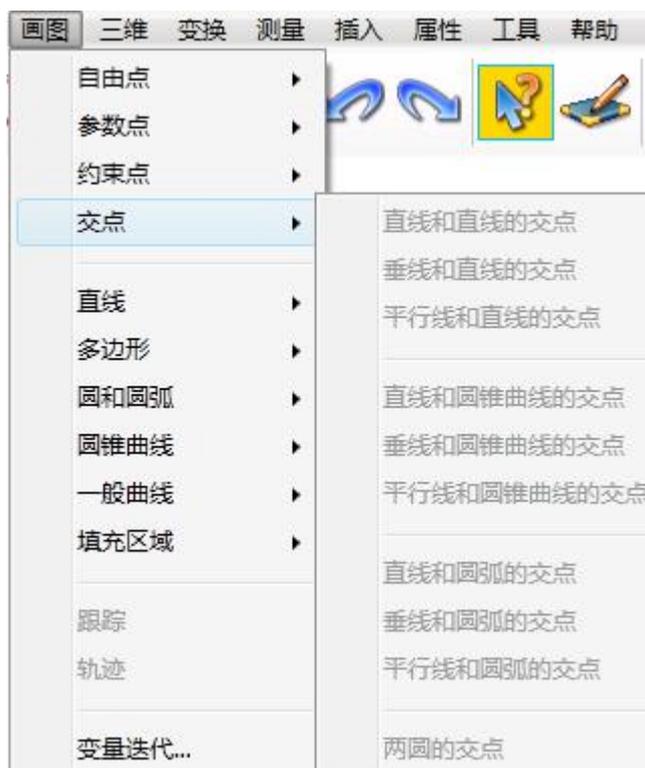


图 4.7.7

(10) “正多边形”、“圆内接正多边形”与“圆外切正多边形”边数可以是一个数值，也可以是一个变量，甚至是一个式子。

(11) Hawgent 皓骏一般以顺时针方向为正方向，因此许多构图方式是顺时针的。例如，依次选择点 A 、点 B ，点击“正方形”，则生成的正方向的另外两个点与点 A 、点 B 构成逆时针方向。



图 4.7.8

(12) 使用“画笔”工具画出的圆就是“圆心和圆上一点”，因此这个菜单几乎不使用，可以取消掉。



图 4.7.9

(13) “直径的圆”只需要选择两个点就可以激活菜单。



图 4.7.10

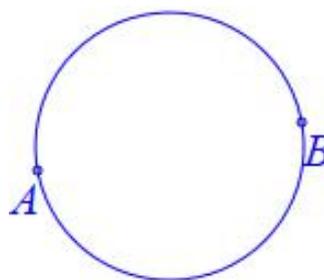


图 4.7.11

(14) 依次选择三点，可以激活“过三点的圆弧”。其中，所构造的圆弧对应的圆，是过所选择三点的圆。



图 4.7.12

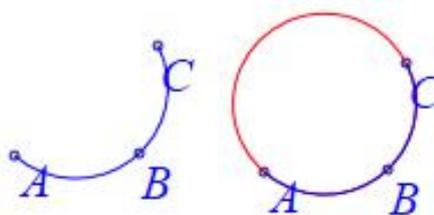


图 4.7.13

图

4.7.14

(15) 函数曲线除了（三次）*Bezier* 曲线和二次 *Bezier* 曲线不能在上面绘制点，其余函数曲线都可以在上面绘制可拖动点。

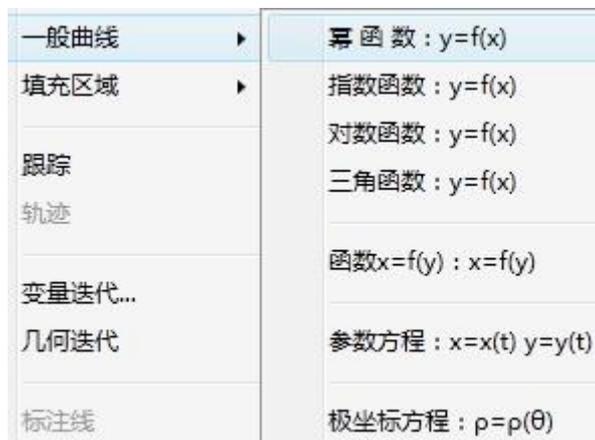


图 4.7.15

(16) 函数曲线除了参数曲线，其余曲线的自变量都不能更改。因此在绘制特定的曲面时也要使用默认的自变量。

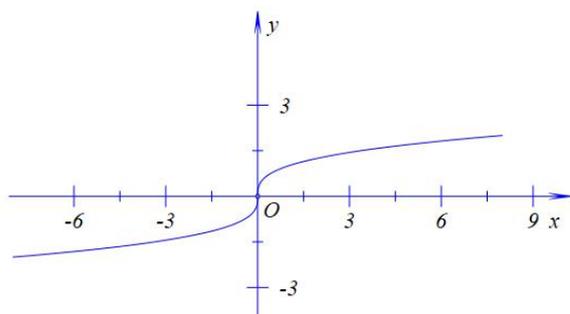
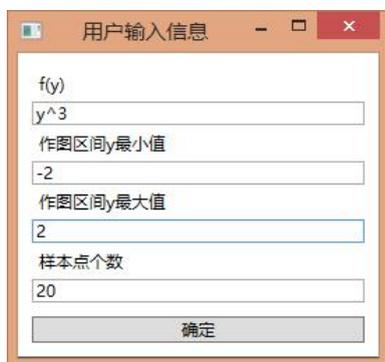


图 4.7.16

图 4.7.17



图 4.7.18

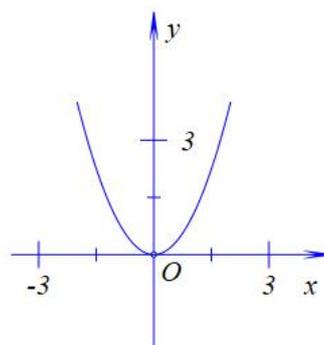


图 4.7.19



图 4.7.20

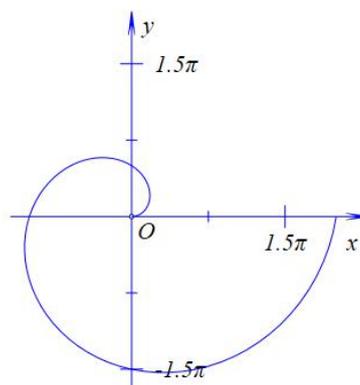


图 4.7.21

(17) *Bezier* 曲线和二次 *Bezier* 要分别选择四个点和三个点才能激活相应的菜单。

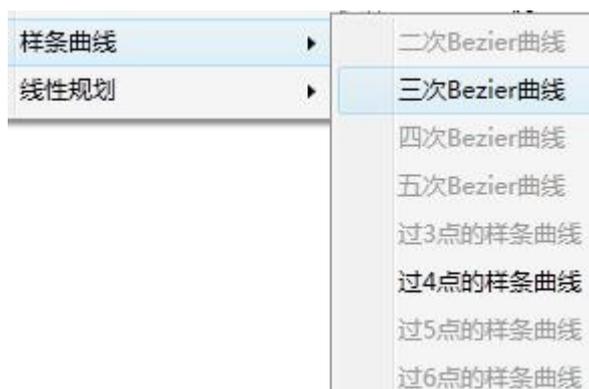


图 4.7.22

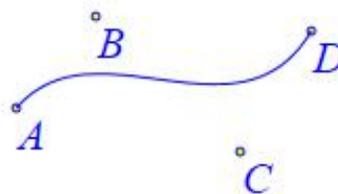


图 4.7.23

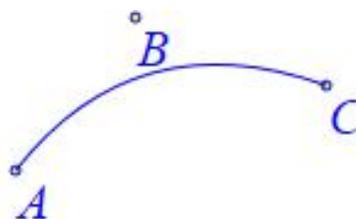


图 4.7.24

图 4.7.25

4.8、轨迹曲线

Hawgent 皓骏的轨迹是非常强大的，按照用法可以分为几何轨迹，测量轨迹，坐标点轨迹。不过这是不严格的分法，这里只是为了说明轨迹的三种用法。后面使用几个例子来说明。

(1) 几何轨迹

使用“画笔”绘制一个圆 AB 与一条线段 CD 。

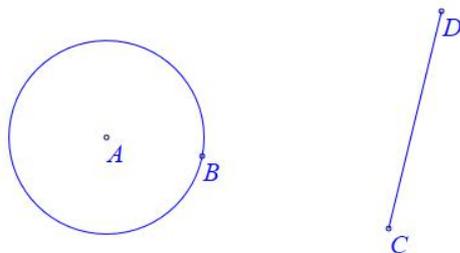


图 4.8.1

在圆 AB 上取一点 E ，在线段 CD 取一点 F ，连接 EF ，在线段 EF 取一点 G 。

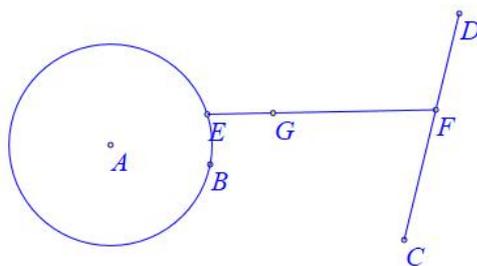


图 4.8.2

依次选择点 E 、点 F 和点 G ，点击“画图”菜单的“轨迹”。

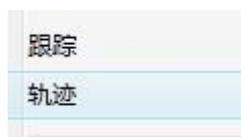


图 4.8.3

拖动点 G ，可以看到轨迹的变化。

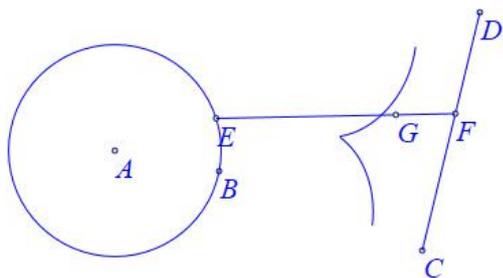


图 4.8.4

右击点 G 的轨迹，打开属性对话框，左上角是动点的列表，点击“点 E ”，打开“点 E ”的属性设置。将“样本点数”设置为 100，“运动点运动周期数”设置为 2。注意，“运动类型”中的“一次向前”和“一次向后”会让“运动点运动周期数”默认为 1，因此这里不需要修改。打开“点 F ”的属性设置，将运动区间设置为 0~2。

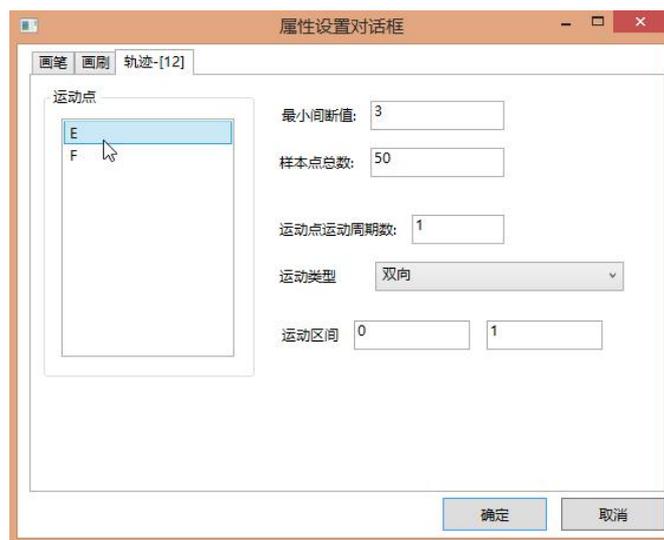


图 4.8.5

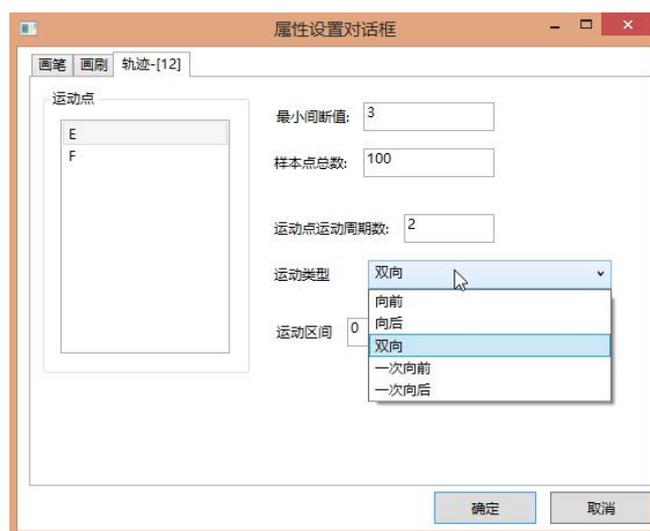


图 4.8.6

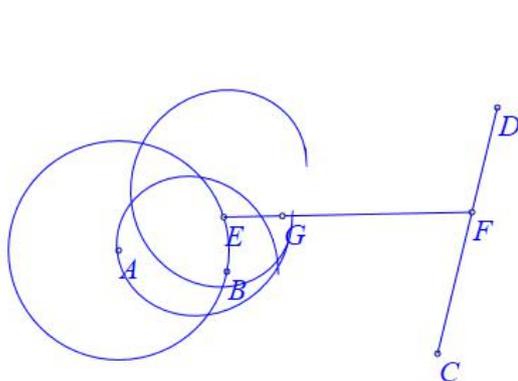


图 4.8.7

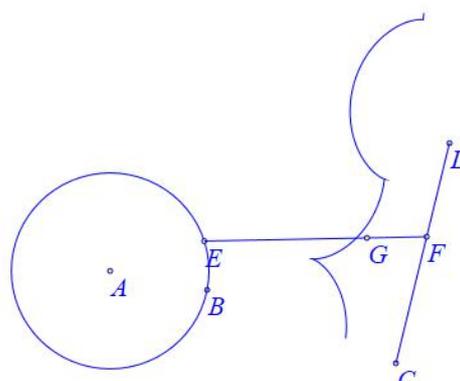


图 4.8.8

(2) 测量轨迹

使用“画笔”工具绘制一条线段 AB ，在线段 AB 上取一点 C 。

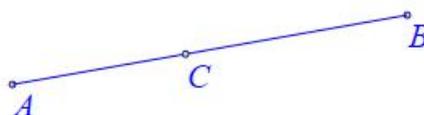


图 4.8.10

选择点 C ，点击“插入”菜单下的“测量”的“点的 x -坐标”命令，测量点 C 的 x 坐标，其测量变量为 $v000$ （具体参见《初识测量》一节）。使用相同的步骤测量点 C 的 y 坐标，其测量变量为 $v001$ 。



图 4.8.11

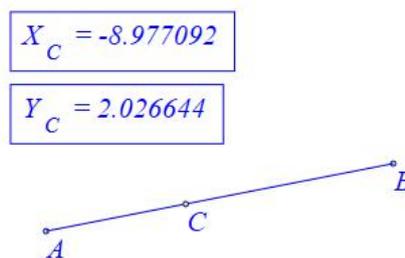


图 4.8.12

点击“画图”菜单下的“参数点”的“坐标点”命令。输入： $v000$ ， $v001+2*\sin(v000)$ 。

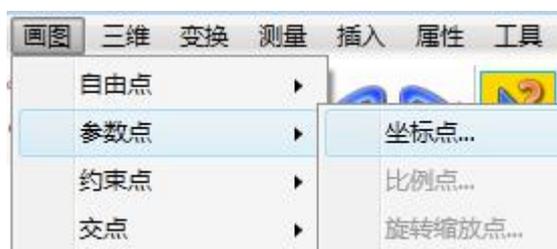


图 4.8.13

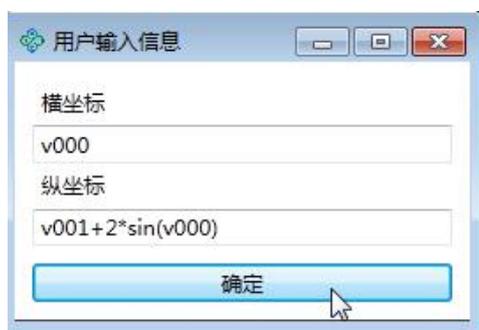


图 4.8.14

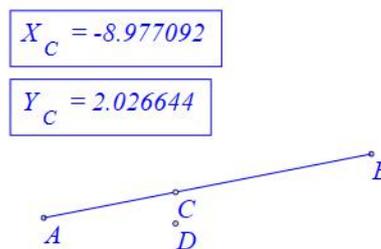


图 4.8.15

依次选择点 C，点 D，点击“画图”菜单的“轨迹”。

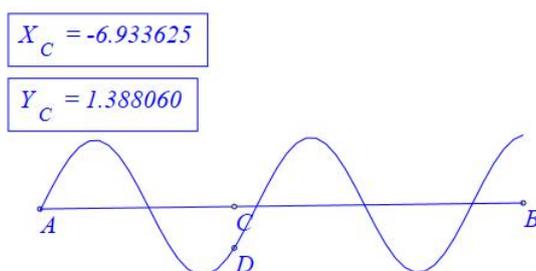


图 4.8.16

(3) 坐标点轨迹

点击“画图”菜单下的“参数点”的“坐标点”命令，输入： $4*\cos(t)$ ， $3*\sin(t)$ 。



图 4.8.17

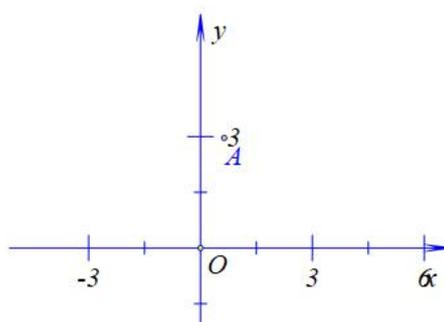


图 4.8.18

点击“插入”菜单的“变量”命令，输入 t ，范围为 $0\sim 3$ ，单击“确定”生成一个 t 的变量尺。重复操作生成一个 k 的变量尺，范围为 $-10\sim 10$ 。

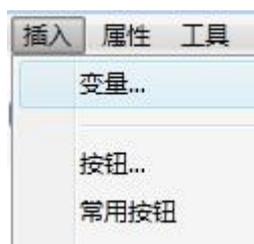


图 4.8.19



图 4.8.20

依次选择 t 的变量尺，坐标点 A ，点击“画图”菜单的“轨迹”。

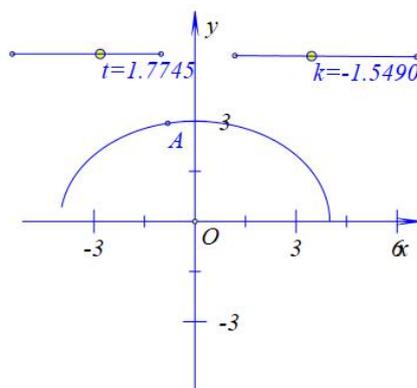


图 4.8.21

右击生成的轨迹，打开属性对话框，修改 t 的范围为 $0\sim k$ 。

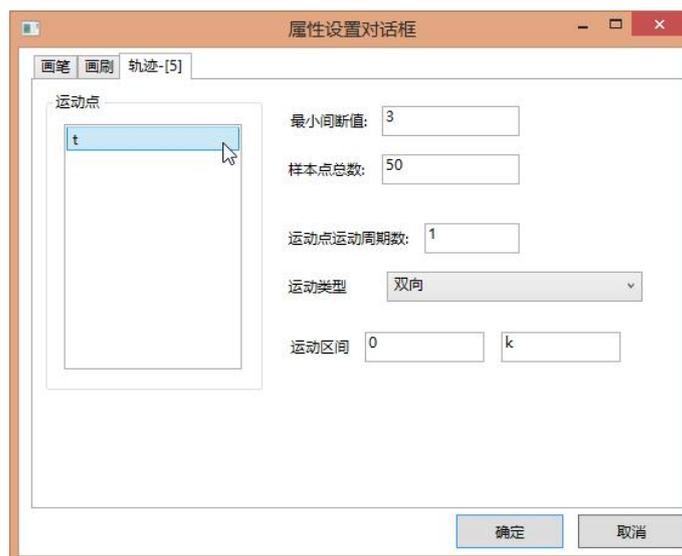


图 4.8.22

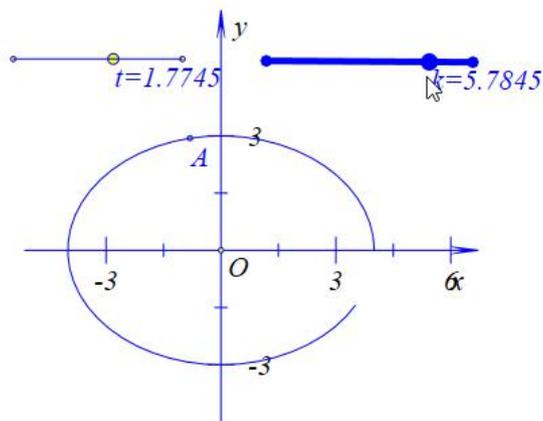


图 4.8.23

4.9、跟踪对象

Hawgent 皓骏的跟踪不会因为界面的刷新而消失，因此跟踪的数目是有限定的，默认为 200。具体操作如下：

新建一个案例，使用画笔工具绘制一个点 A 。选择点 A ，单击“画图”菜单下的“跟踪”命令：

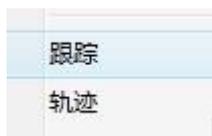


图 4.9.1

此时选择点 A 并拖动它，可以看到拖动的踪迹：

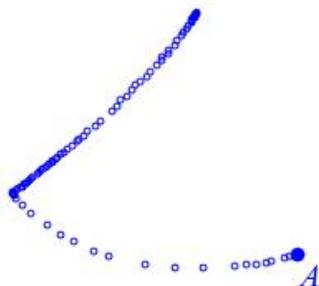


图 4.9.2

如果需要清除跟踪，可以单击“编辑”菜单下的“清除跟踪”命令：



图 4.9.3

当然，“清除跟踪”与删除跟踪是不一样的，拖动点 A ，跟踪仍旧会出现。如果需要删除跟踪，可直接选择跟踪，然后单击删除工具 .

4.10、对象迭代

Hawgent 皓骏提供了两种迭代，一种是常见的几何迭代，一种是常用的变量迭代。



图 4.10.1

首先介绍变量迭代。变量迭代主要的用途是构造递推数列并且绘制相应的点列。首先，单击“画图”菜单下的“变量迭代”，打开输入框。

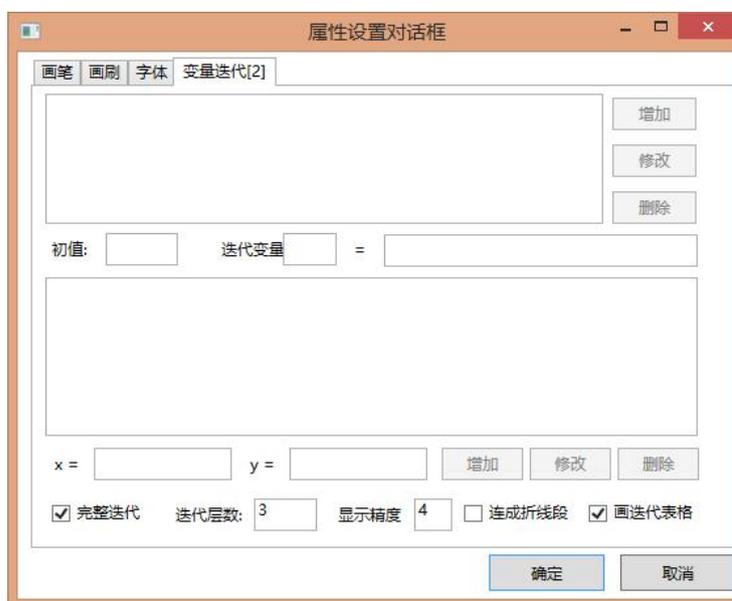


图 4.10.2

首先，我们构造一个数列，作为点列的 x 坐标——初始值为 1，递推公式为 $x_n = x_{n-1} + 1$ 。在“变量迭代”的输入框中的“初值”框中输入 1，在“迭代变量”框中分别输入 xn ， $xn+1$ 。然后单击左上角的“增加”按钮，这样就增加了一个数列。

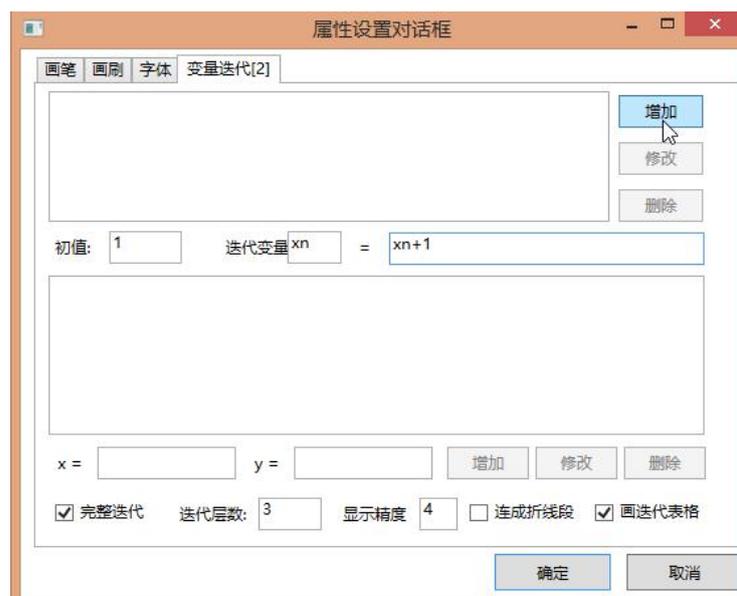


图 4.10.3

接着，我们构造一个数列 $y_n = \sum_{i=1}^n \frac{1}{i}$ ，作为点列的 y 坐标。则该数列的初值为 1，递推公式为 $y_n = y_{n-1} + \frac{1}{x_n}$ ，其中 x_n 是上面构造的数列，因此只需要在“变量迭代”的输入框中的“初值”框中输入 1，在“迭代变量”框中分别输入 y_n ， y_{n+1}/x_n 。然后单击左上角的“增加”按钮，这样就增加了一个新数列。

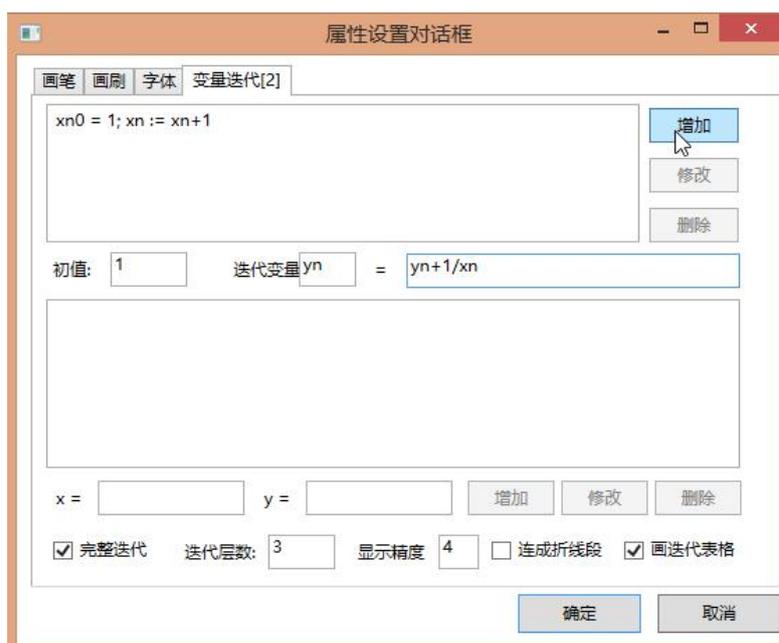


图 4.10.4

最后，使用两个数列构造一个点列。在“x”框中输入 x_n ，在“y”框中输入 y_n ，点击下面的“增加”按钮，则增加一个点列。

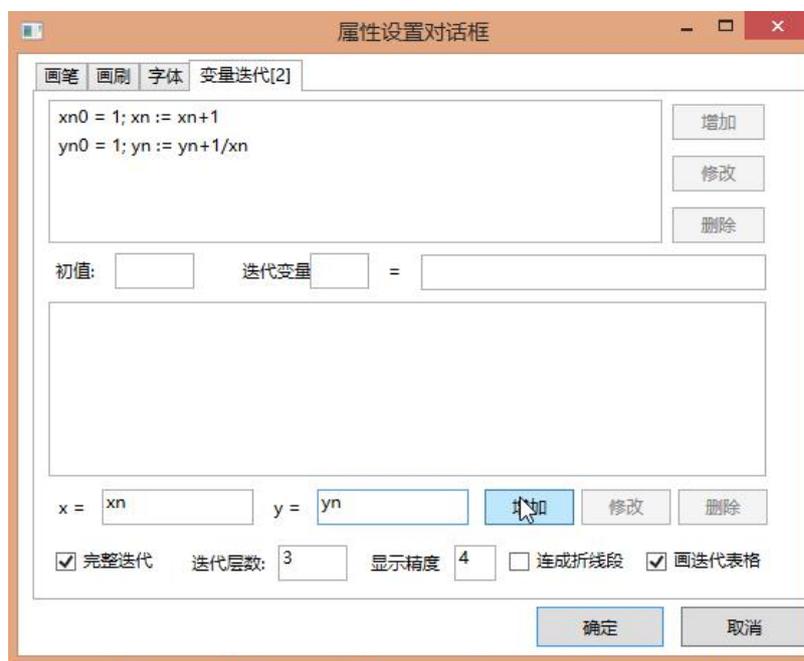


图 4.10.5

设置迭代层数为 20，勾选“连成折线段”，单击“确定”完成。

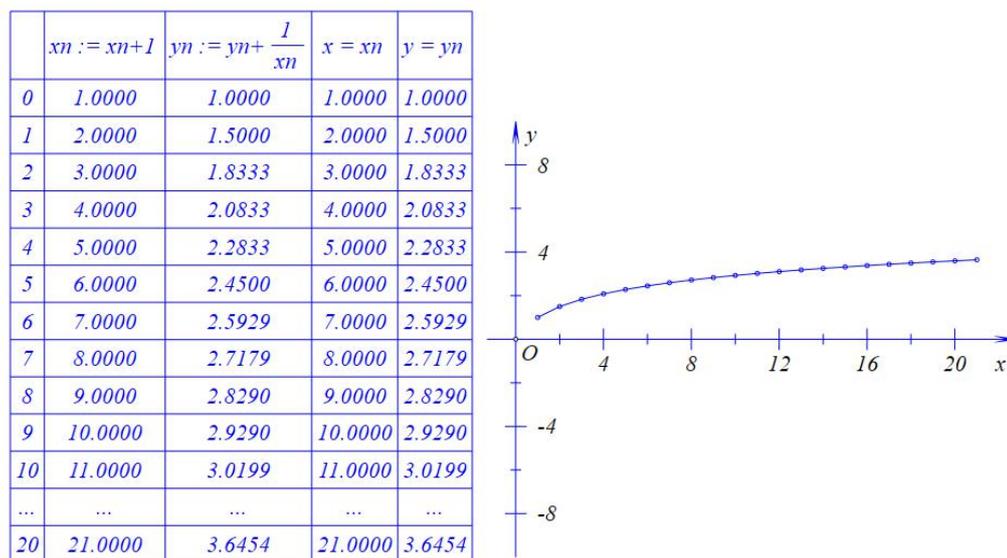


图 4.10.6

同一个变量迭代，可以构造多个点列（如果是连线则会进行交互连线，要单独连线必须再做一个“迭代变量”）。同时，构造的数列输入的“初值”、“递推公

式”和“迭代层数”可以是一个数值、或者是变量、甚至是一个式子。这样就能构造各种动态的点列，可以用来探究一些有趣的东西。例如，右击生成的表格或者对象列表中的“变量迭代”对象，打开“变量迭代”的输入框中，在“初值”框中输入0.5，在“迭代变量”框中分别输入 zn , $(1+r)*(zn-zn^2)$ ，然后单击左上角的“增加”按钮（即增加数列 z_n ，初值为0.5，递推公式为 $z_n = (1+r)*(z_{n-1} - z_{n-1}^2)$ ）。删除原来的点列，增加新的点列 (xn, zn) 。单击“确定”完成。

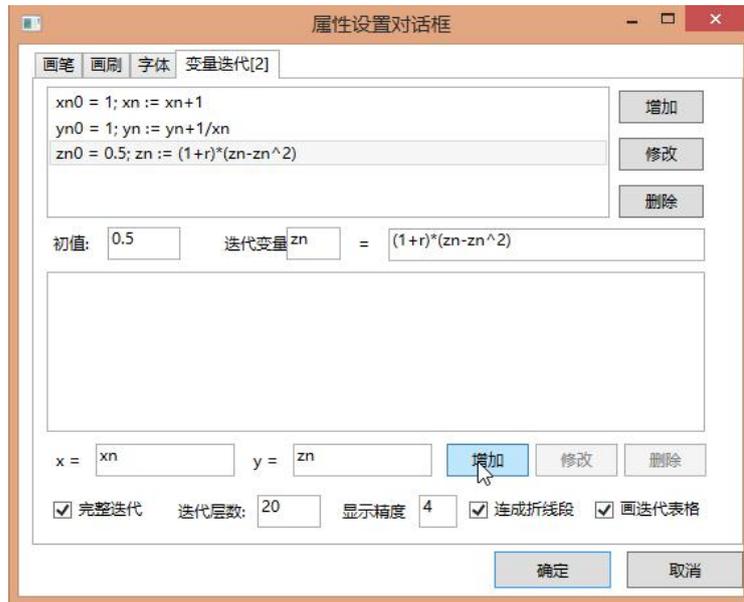


图 4.10.7

点击“插入”下的“变量”，输入 r ，范围为-3~3。单击“确定”完成。



图 4.10.8

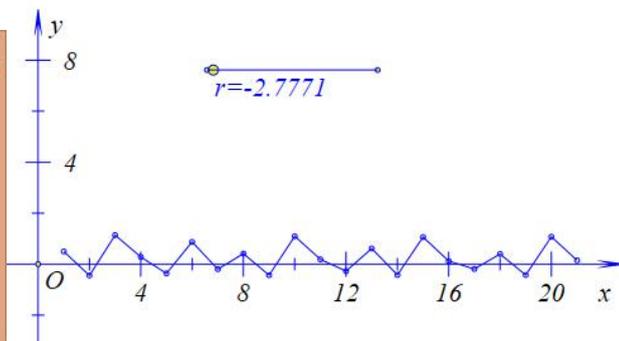


图 4.10.9

几何迭代是比较熟悉的迭代，这里主要介绍一下一般的操作步骤。

单击“画图”菜单的“参数点”的“坐标点”命令，分别使用相同的步骤添加 $A(1,1)$ ， $B(5,1)$ ， $C(5,5)$ ， $D(1,5)$ 。

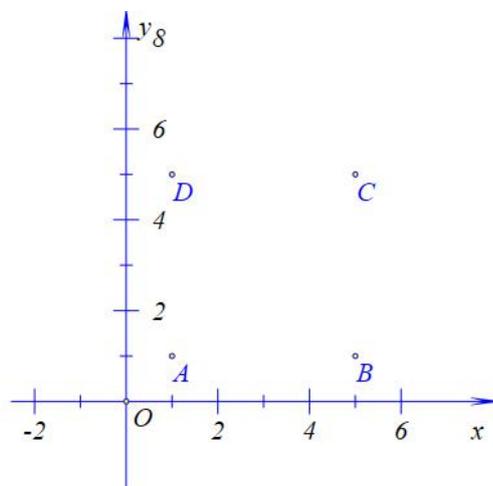


图 4.10.10

单击“插入”的“变量”，添加 t 的变量尺，范围是 0~1。

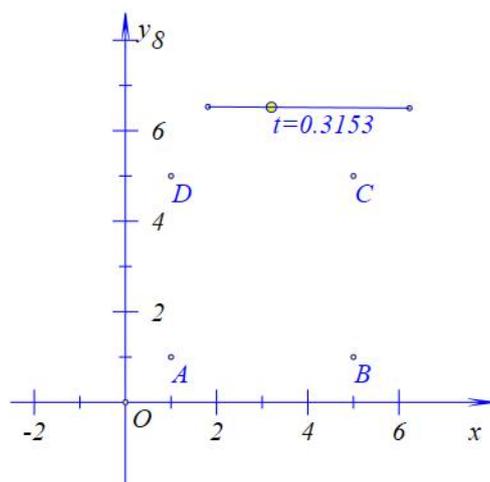


图 4.10.11

依次选择点 A ，点 B ，单击“画图”菜单的“参数点”的“旋转缩放点”。旋转角度为 0 ，放缩倍数为 t ，单击确定生成点 E 。对点 B 与点 C ，点 C 与点 D ，点 D 与点 A 分别作相同的操作，生成点 F ，点 G 和点 H 。



图 4.10.12

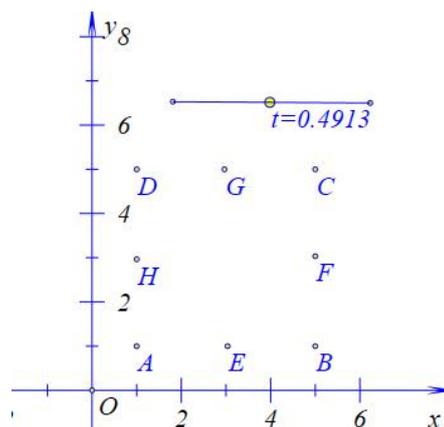


图 4.10.13

连接线段 DE 、 EF 、 FG 和 GD 。

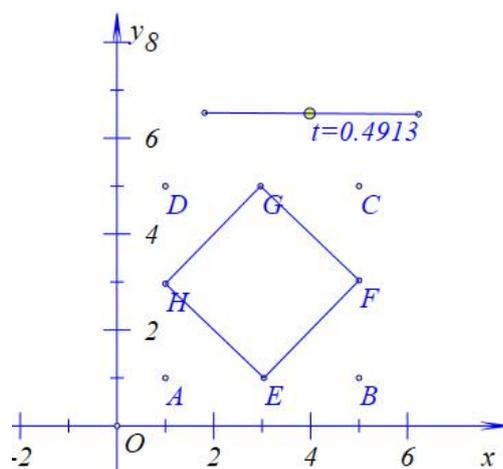


图 4.10.14

依次选择点 A 、点 B 、点 C 和点 D 。单击“作图”菜单的“几何迭代”。



图 4.10.15



图 4.10.16

勾选“对象列表”的全部对象（即在迭代中显示所有这样的对象）。



图 4.10.17

分别双击“迭代列表”的点 E 、点 F 、点 G 和点 H 。此时这些点就会自动进行“映射框”中。如果双击到错误的点，只需要在“映射框”中再次双击错误的点即可取消。



图 4.10.18

选择完毕之后，点击“增加映射”，此时“映射表”出现一个映射。一个迭代可以建立多个映射，这里只需要一个映射。

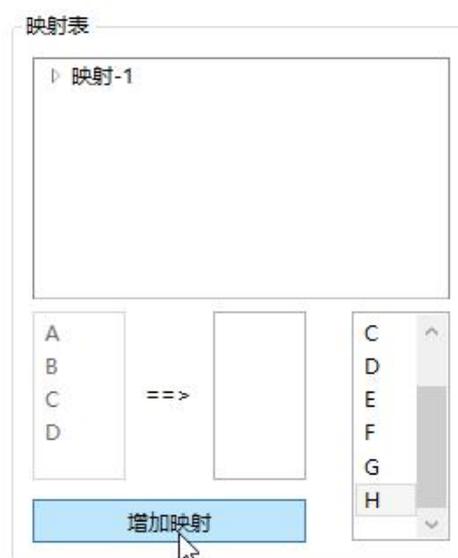


图 4.10.19

设置“迭代参数”为 5，单击确定完成

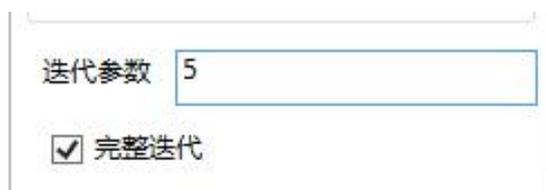


图 4.10.20

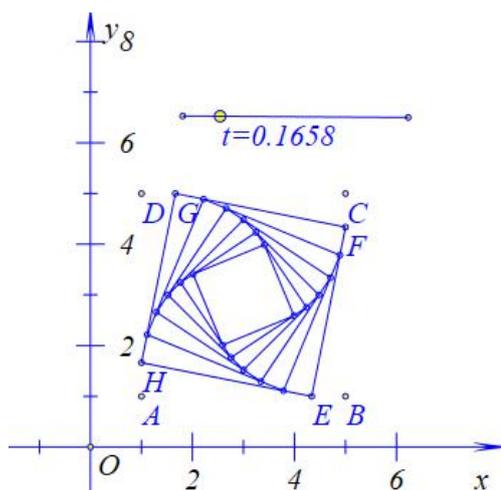


图 4.10.21

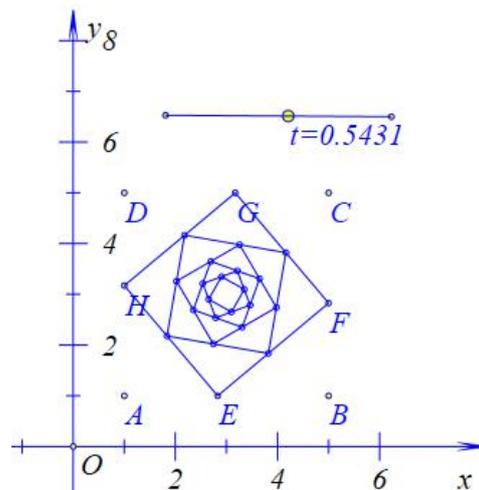


图 4.10.22

与“变量迭代”一样，“几何迭代”的“迭代参数”也可以使用变量，不过由于“几何迭代”对电脑的负荷较大，因此建议设置的值不要过大。

“变量迭代”与“几何迭代”都有一个“完整迭代”的勾选框。一般是默认勾选的，如果不勾选，则结果只显示最后一次迭代的结果。

4.11、公式文本

Hawgent 皓骏提供两种“文本”的输入，一种是“普通文本”，另一种是“数学公式”。



图 4.11.1



图 4.11.2

点击“插入”的“普通文本”，粘贴一个文本（这里粘贴是《蜀道难》），单击确定完成。

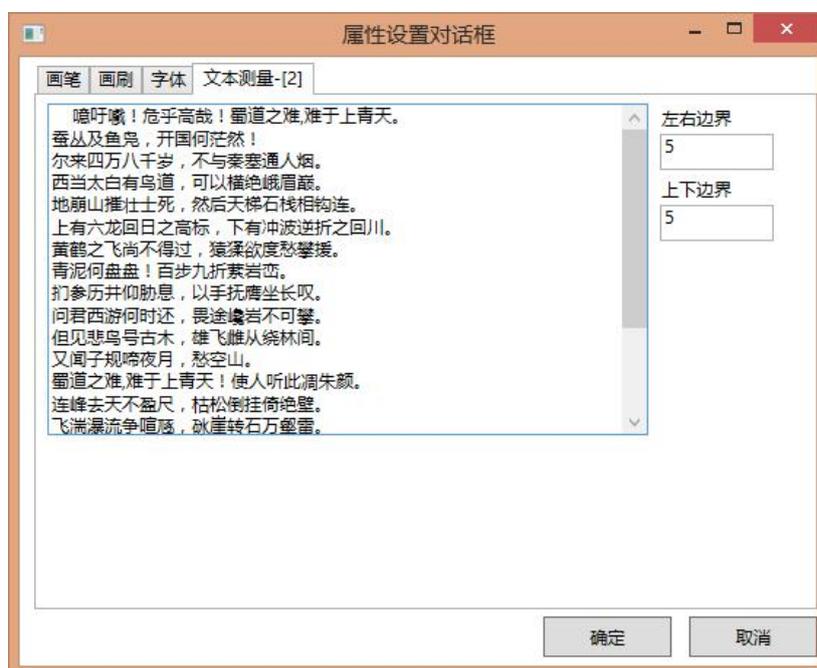


图 4.11.3

“普通文本”有一个特点，就是可以首字空格，并且可以拖动边框，使文本自动换行。

噫吁嚱！危乎高哉！蜀道之难，难于上青天。
 蚕丛及鱼凫，开国何茫然！
 尔来四万八千岁，不与秦塞通人烟。
 西当太白有鸟道，可以横绝峨眉巅。
 地崩山摧壮士死，然后天梯石栈相钩连。
 上有六龙回日之高标，下有冲波逆折之回川。
 黄鹤之飞尚不得过，猿猱欲度愁攀援。
 青泥何盘盘！百步九折萦岩峦。
 扪参历井仰胁息，以手抚膺坐长叹。
 问君西游何时还，畏途巉岩不可攀。
 但见悲鸟号古木，雄飞雌从绕林间。
 又闻子规啼夜月，愁空山。
 蜀道之难，难于上青天！使人听此凋朱颜。

图 4.11.4

噫吁嚱！危乎高哉！蜀道之难，难于上青天。
 蚕丛及鱼凫，开国何茫然！
 尔来四万八千岁，不与秦塞通人烟。
 西当太白有鸟道，可以横绝峨眉巅。
 地崩山摧壮士死，然后天梯石栈相钩连。
 上有六龙回日之高标，下有冲波逆折之回川。
 黄鹤之飞尚不得过，猿猱欲度愁攀援。
 青泥何盘盘！百步九折萦...

图 4.11.5

“数学公式”没有“普通文本”的优点，但是它是最常用的文本。它主要在显示数学公式有独特的优势。

点击“插入”的“数学公式”。打开输入框，点击下拉框，选择“不定积分”。

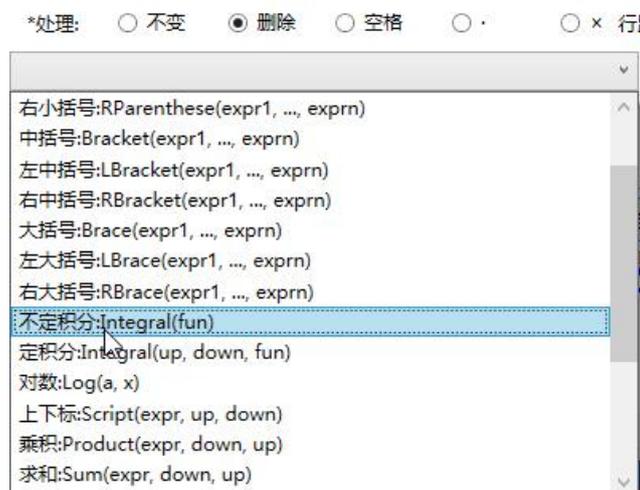


图 4.11.6

修改 fun 为 x^2 ，并且再后面加上 dx 。单击确定按钮完成。

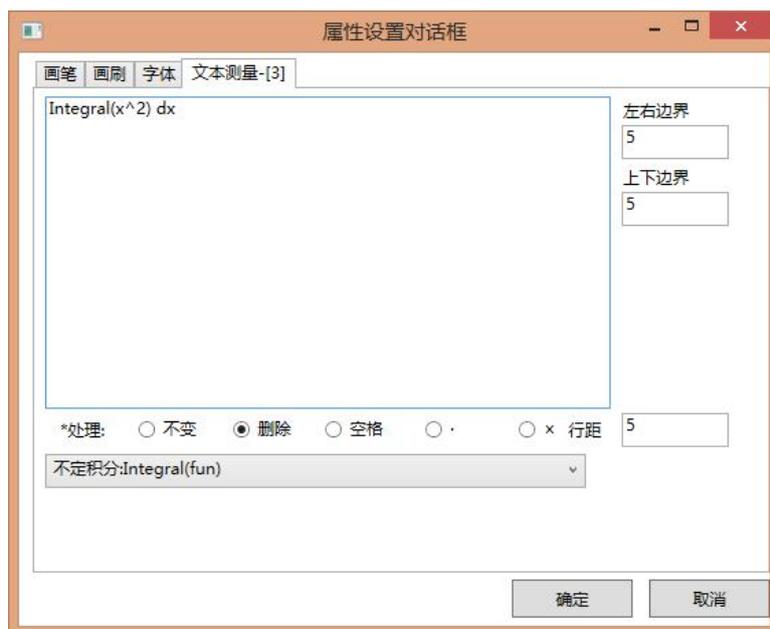


图 4.11.7

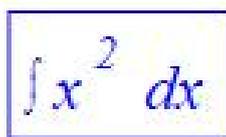


图 4.11.8

4.12、初识测量

Hawgent 皓骏的“测量”非常丰富，这里重点介绍测量的一些使用方法。

(1) 测量表达式

在“测量”功能中，最常用到的是“表达式”的功能。点击“测量”菜单下的“表达式”命令。



图 4.12.1



图 4.12.2

弹出的输入框中需要输入两个参数——“表达式”和“测量变量”。“表达式”就是需要计算的式子，这里输入一个 a 。而“测量变量”不输入任何数据，使用系统默认生成的变量。单击确定完成，右击生成测量文本，打开属性对话框，如下图所示：

$$a = 1.960631$$

图 4.12.3



图 4.12.4

从图中可以看出，默认的测量变量，Hawgent 皓骏使用的是“v000”、“v001”、“v002”……将 $a = \&MeasureValue(v000,)$ 修改为 $a = \&MeasureValue(v000,2)$ 可以修改默认的小数点位数为 2 位。



图 4.12.4

$$a = 1.96$$

图 4.12.5

如果需要显示的结果以度作为单位，则可将 $a = \&MeasureValue(v000,2)$ 改为 $a = \&MeasureValue(v000,2,0)$ 。



图 4.12.6

$$a = 112.34^\circ$$

图 4.12.7

“测量变量”一般使用系统默认的，除了特殊情况很少自定义。那么，“变量”有什么作用呢？

将 $a = \&MeasureValue(v000,2,0)$ 重新改为 $a = \&MeasureValue(v000,2)$ 并确定。再次点击“测量”菜单下的“表达式”命令。输入： $v000+1$ ，单击“确定”完成。插入 a 的变量尺，拖动 a 观察结果。



图 4.12.8

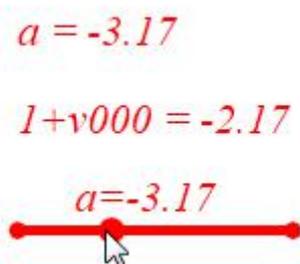


图 4.12.9

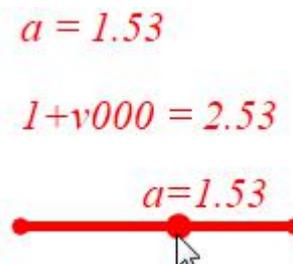


图 4.12.10

从结果可以大致理解“测量变量”的作用——对应的测量表达式的计算结果，可以使用在其他方面，比如重新用于计算。

2, 测量随机数

Hawgent 皓骏中随机数使用的函数是 $rand()$ ，函数中需要输入两个参数，分别是最小值和最大值。Hawgent 皓骏的随机数有自己独特的刷新机制——“关联刷新机制”。在介绍这个刷新机制的用法，首先来认识两个常用到的函数—— $sign()$ 和 $greater()$ 。

$sign$ 函数在 Hawgent 皓骏中的定义具体如下：

$$\text{sign}(a,b) \begin{cases} 1, & \text{当 } a \geq b \\ 0, & \text{当 } a < b \end{cases} \quad \text{sign}(x) \begin{cases} 1, & \text{当 } x > 0 \\ 0, & \text{当 } x = 0 \\ -1, & \text{当 } x < 0 \end{cases}$$

上面这两者方法都可以使用，主要是看输入的参数个数。

$greater$ 定义如下：

$$\text{greater}(a, b) \begin{cases} 1, & \text{当 } a > b \\ 0, & \text{当 } a \leq b \end{cases}$$

了解这两个函数之后，我们利用“表达式”分别计算两个式子：“ $\text{rand}(0,1)$ ”和“ $\text{sign}(t) * (\text{rand}(0,1))$ ”然后插入 t 的变量尺，范围为 0~10。

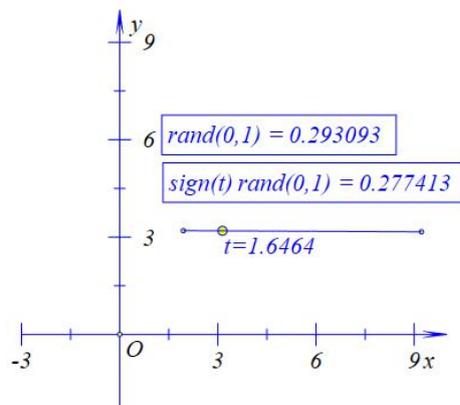


图 4.12.11

拖动坐标系，两个随机数均没有改变数值。

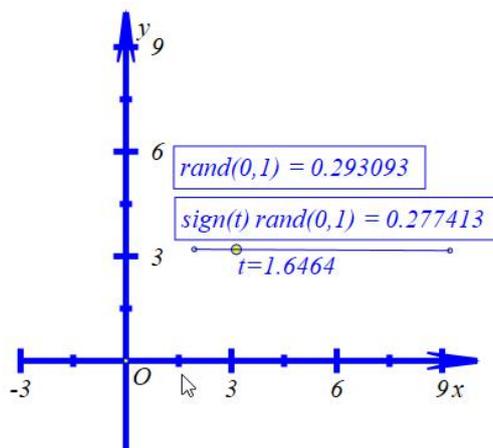


图 4.12.12

拖动变量尺 t ，第二个随机数数值发生改变。

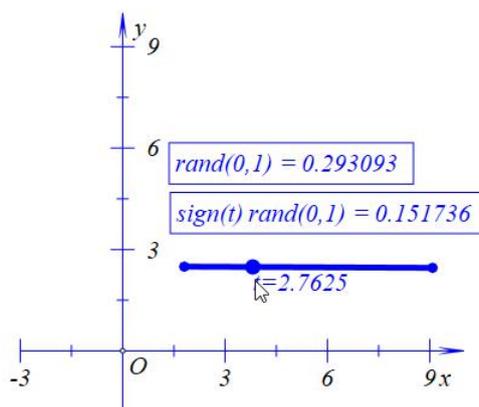


图 4.12.13

从上面可以知道，随机数的刷新是跟着所关联的变量的刷新而刷新的。第一个随机数的数值想要改变，只有拖动自身才行，不过这没有什么意义。而且，不仅仅只是 t 的值改变随机数才会改变，当 t 的变量尺的位置改变的时候，随机数的值也会改变，这就是所谓的“关联刷新机制”。

3, 嵌套测量

在学习本节时，需要知道按钮的初步使用方法，具体可以参见《初识按钮》一节。

点击“测量”菜单下“表达式”命令。，输入：“ $greater(t,0)*(d+1)$ ”，测量变量为 d 。



图 4.12.14

所谓的“嵌套测量”，即测量变量在表达式中出现，这样计算的结果不断反馈

给自己，进行不断计算，形成一个“嵌套”。

插入 t 的变量尺，范围为 0~10。单击“插入”菜单的“按钮”，添加变量 t 的动画按钮——标题为 t ，范围为 0~10，频率为 10，运动类型为 3（即一次运动），单击“确定”完成。

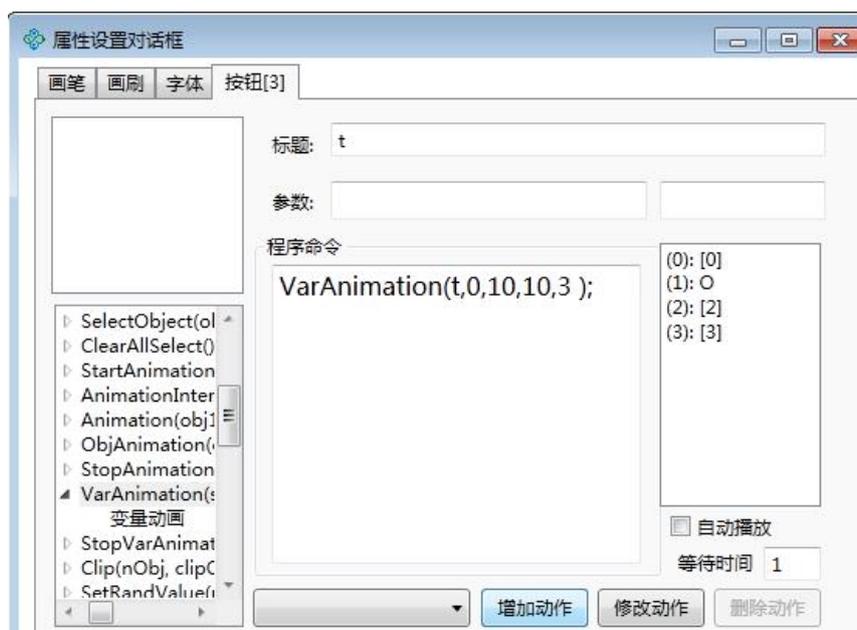


图 4.12.15

单击按钮的绿色部分启动按钮，查看结果，如下图：

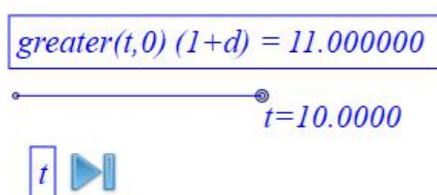


图 4.12.16

测量的结果比频率多 1，即 t 运动了 11 次。如果定义变量 t 每一次走过的长度为“步长”，则步长=区间长度/(频率-1)。按钮中定义了 t 的范围为 0~10，即区间长度为 10，如果希望 t 每一次运动走过 1，则需要定义频率为 11。这就好比在 10 米长的公路上种一排树，使得每一棵树的间距为 1 米，则求得的结果为 11 棵

树。

那为什么测量的结果会比频率多 1 呢？在 **Hawgent** 皓骏中其实没有严格的说法，当频率为 20 的时候测量的结果为 20，而不是 21。总的来说，测量结果要么比频率多 1，要么和频率相等，这是由 **Hawgent** 皓骏代数系统的缺陷造成的，现在暂时没办法修改。

还有一个地方需要注意，如果我们再次单击按钮（需要先单击按钮使其恢复绿色状态），结果如下。

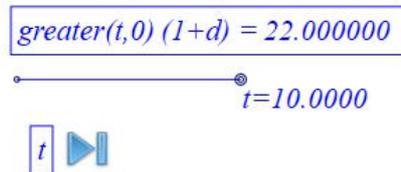


图 4.12.17

本来按照 *greater()*函数的定义，当 $t=0$ 时， $greater(t,0)*(d+1)$ 的计算结果应该为 0 才对，这也是 **Hawgent** 皓骏的代数系统的缺陷造成的，现在暂时无法修改，使用时需要注意。如果想把结果置零，可以拖动变量尺，让 t 的值为 0，或者再定义一个按钮。

3, 一次测量

Hawgent 皓骏的“一次测量”是改进了嵌套测量而形成的一个非常重要的功能，主要用在随机数方面，功能是控制随机数的刷新。由于“一次测量”是来源于“嵌套测量”的思路，故也可以控制“测量”的“嵌套”次数。现在通过对“嵌套测量”的一步步改进，来看看“一次测量”的原理。

点击“测量”菜单下的“表达式”命令。，输入：“ $sign(t)*rand(0,1)$ ”，测量变量为空（使用系统默认的测量变量）。插入 t 的变量尺，范围为 0~10。

接着在测量表达式中输入： $sign(t)*(v001+v000)$ 。结果如下图所示：

$$sign(t) rand(0,1) = 0.91$$

$$sign(t) (v000+v001) = 5.75$$

$t=1.63$



图 4.12.18

这种方法就是上面介绍的“嵌套测量”。当我们拖动 t 的时候， $v001$ 的作用就是不断累加随机数 $v000$ ；而当 $t=0$ 的时候， $v001$ 就置零。现在我们想要当 t 超过 1 的时候， $v001$ 不再累加 $v000$ 。

右击第二个测量文本（即 $v001$ 对应的文本）将表达式修改为：

$sign(t)*(v001+(1-greater(t,1))*v000)$ 。



图 4.12.19

再次拖动 t ，我们可以发现 $v001$ 的值在当 t 超过 1 的时候就不再增加，已经得到我们想要的效果。

$$sign(t) rand(0,1) = 0.95$$

$$sign(t) (v001+(1-greater(t,1)) v000) = -6.21$$

$t=3.25$



图 4.12.20

我们进一步提高要求，v001 在每一次累加 v000 的值，能否清空掉自身原来的值变为 0；而当 v001 不再累加的时候，v000 就不会置零。受到前面 v001 置零方法的启示，我们把 v001 的表达式修改为：

$$\text{sign}(t)*((1-\text{greater}(\text{abs}(v01),0)+\text{greater}(t,1))*v001+(1-\text{greater}(t,1))*v000)。$$

我们在表达式中的 v001 添加了一个式子： $(1-\text{greater}(\text{abs}(v01),0)+\text{greater}(t,1))$ 。这个式子解读起来并不难，就是当 t 小于等于 1 的时候，由于 v001 累加了 v000，所以 $1-\text{greater}(\text{abs}(v01),0)$ 返回的值是 0，因此 $(1-\text{greater}(\text{abs}(v01),0)+\text{greater}(t,1))$ 整个式子就等于 0，这样就不停把 v001 置零。

而当 t 超过了 1 的时候，v001 不再累加，也不再置零。幸运的是，整个式子的执行过程是先将 v001 置零之后，再做一次累加，因此，在 t 超过 1 的一瞬间，v001 就获得了一个不变的随机数。

$$\text{sign}(t) \text{ rand}(0,1) = 0.90$$

$$\text{sign}(t) ((1-\text{greater}(\text{abs}(v01),0)+\text{greater}(t,1)) v001+(1-\text{greater}(t,1)) v000) = 0.01$$

$t=1.48$



图 4.12.21

上面的思想方法就叫做“一次测量”，利用这个方法，可以控制随机数的刷新（第二次修改）和嵌套测量的嵌套次数（第一次修改）。这个方法的用途非常广泛，比如，朝一个靶子射箭，需要演示射箭的过程，但是箭从哪里出现确实随机的，这就要求箭在出现的时候（设置动态透明度）在出现的时候是随机的，而出现之后位置就固定不变了，这时候“一次测量”就可以派上用场了。

（注：在测量表达式中输入：“ $\text{greater}(t,0)*\text{rand}(0,1)$ ”，结果为 0，这也是 Hawgent 皓骏的代数系统造成的，现在不能修改，在测量表达式中，能不利用 $\text{greater}()$ ，就尽量不要使用，因为这个函数本来设计时是给按钮的程序使用的。

如果非要使用，可以先随便输入一个式子，确定之后再修改为 $greater(t,0)*rand(0,1)$ ，或者输入：“ $\{greater(t,0)*rand(0,1)\}$ ”。不过按钮的程序由于“输入参数”的影响，又要求尽量少用大括号，则是一个矛盾。)

4, 测量字符串

Hawgent 皓骏的“字符串”可以显示测量计算的结果。由于 Hawgent 皓骏的代数系统有一些问题，现在介绍简单的使用方法。

使用“画笔”绘制点 A ，选择点 A ，点击“测量”菜单下“x-坐标”命令，测量点 A 的 x 坐标。同理，测量点 A 的 y 坐标。

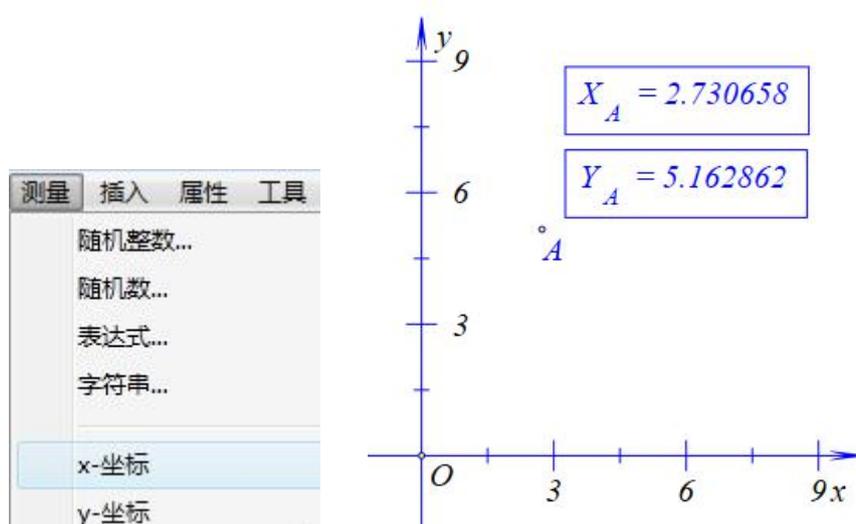


图 4.12.22

图 4.12.23

点击“测量”菜单下的“字符串”命令，什么都不要输入，直接单击确定按钮。

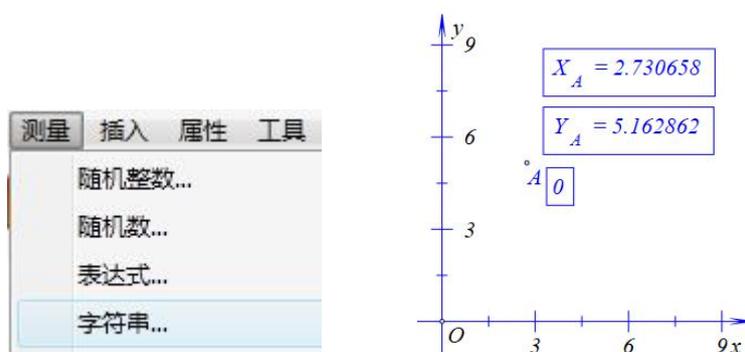


图 4.12.24

图 4.12.25

右击点 A 的 x 坐标的测量文文本，打开输入框，复制如下内容：



图 4.12.26

右击“字符串”文本，粘贴刚刚复制的文本。再一次粘贴并修改 $v000$ 为 $v0001$ ，最终结果为： $A (\&MeasureValue(v000,2),\&MeasureValue(v001,2))$



图 4.12.27

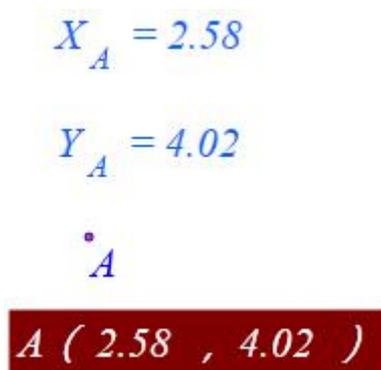


图 4.12.28

最终的结果可以将点 A 的名称隐藏，将“字符串”与点 A 进行关联。

5. 随机测量数

在学习本节时，需要知道按钮的初步使用方法，具体可以参见《初识按钮》一节。

点击“测量”菜单下“随机整数...”命令，弹出如下的窗口：



图 4.12.29

单击“确定”按钮，此时出现一个整数。

“随机浮点数”与“随机整数”的操作一样，只是生成一个浮点数。

“随机整数”与“随机浮点数”函数分别为 $MeasureRandInt(min,max)$ 和 $MeasureRandFloat(min,max)$ ，它们是两个特殊的测量变量，其特殊性主要表现在两个变量不会轻易更新。要刷新“随机整数”与“随机浮点数”的数值，只有使用按钮输入相应的命令才行，具体操作如下。

点击“插入”菜单的“按钮”命令。添加一个按钮，标题为“随机整数”，程序为“ $NextValue(2)$; (或者 $SetRandValue(2);$)”。（注：2 是刚刚生成的“随机整数”文本的编号）。此时单击按钮即可不断改变“随机整数”的值。



图 4.12.30



图 4.12.32

4.13、动作按钮

按钮是 Hawgent 皓骏最重要的功能。任何使用菜单命令实现的功能都可以使用按钮实现。在使用中，最多的是使用按钮实现对象动画或者变量动画。首先，介绍如何使用按钮制作一个变量动画按钮。

添加 t 的变量尺，范围是-10~10，点击“插入”菜单的“按钮”。

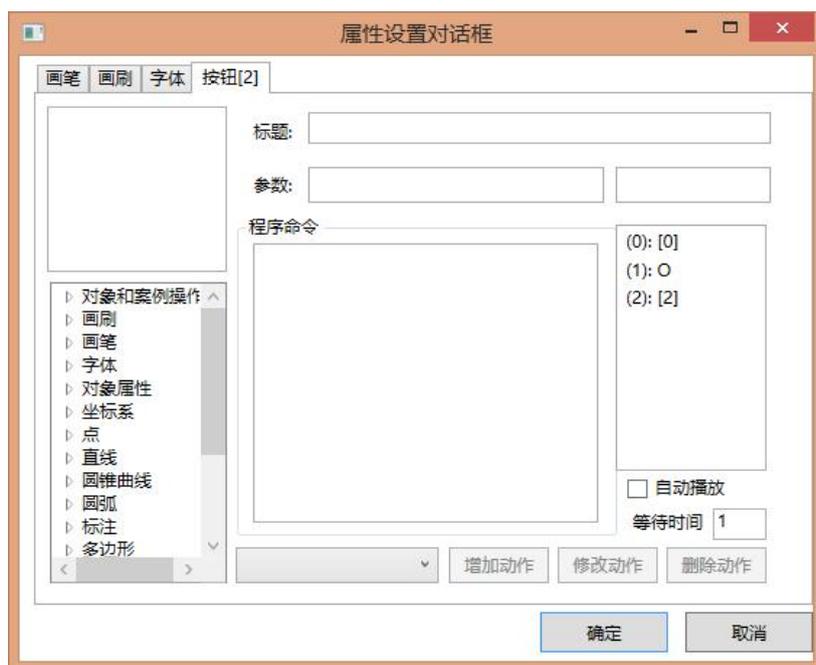


图 4.13.1

在标题栏输入“ t 动画”。



图 4.13.2

在“函数库”中寻找“变量动画”函数： $VarAnimation(,,,);$ ，当然能记住可以直接在程序区中输入。



图 4.13.3



图 4.13.4

双击寻找到的函数，此时程序区出现该函数。

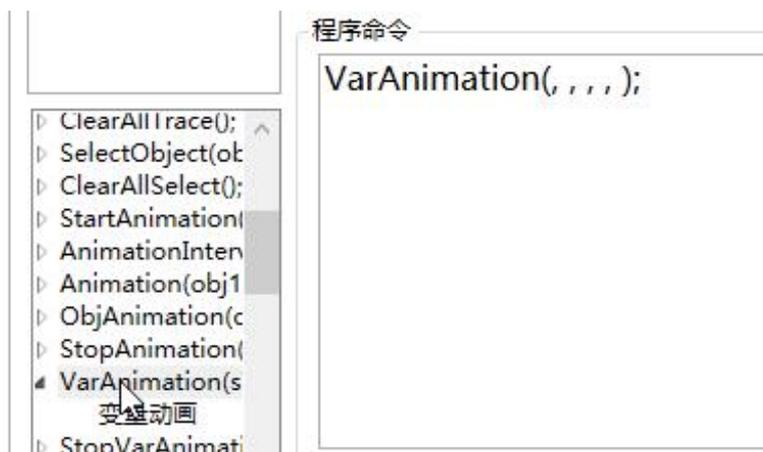


图 4.13.5

修改函数里面的参数为 $VarAnimation(t, 0, 10, 50, 3)$; 这个命令表示 t 的运动范围是 0~10，运动的频率为 50，运动类型为一次运动（注：重复运动为 0，逆向重复运动为 1，往返运动为 2，一次运动为 3。更多函数的使用请参见《皓骏动态数学资源软件函数使用指南》）。修改完毕之后，点击“增加动作”，此时“标题列表”出现刚才的标题。



图 4.13.6



图 4.13.6

点击该标题，可以对内容作修改。修改之后只要点击“修改动作”即可，这里我们不做修改。



图 4.13.7

点击“确定”完成。单击按钮的绿色部分，观察变量尺的变化。

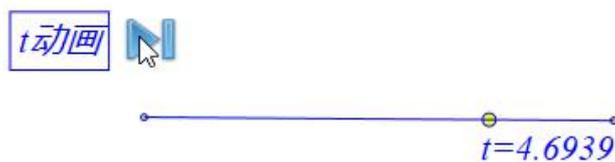


图 4.13.8

Hawgent 皓骏按钮的还提供了动态选择的功能。下面使用一个例子来说明。

使用“画笔”工具绘制两个点。



图 4.13.8

现在希望做一个按钮，单击按钮可以让点 B 绕点 A 做一个旋转缩放点 C ，旋

转角度为 180 度，缩放比例为 1。

点击“插入”菜单的“按钮”，新建一个按钮，在函数库中找到“旋转缩放点”的命令。



图 4.13.9

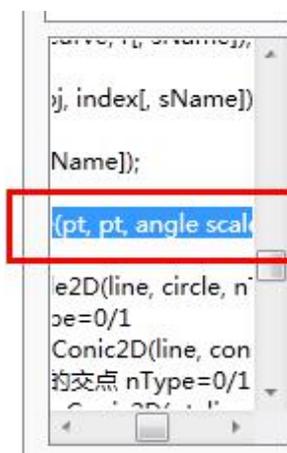


图 4.13.10

双击一下这个命令（注：如果不知道怎么用这个命令，可以先拖动函数库的左拉条，查看相关的提示，如上图所示， $PointFlexRotate2D(, , ,)$ 需要填入四个参数，前两个是点 (pt)，后面两个分别是角度和比例 ($angle$ 与 $scale$))。

查看按钮的对象列表，可以知道点 B 和点 A 的编号分别是 3 和 2。或者单击“视图”菜单的“对象框”也可以查看点 A 与点 B 的编号。（注：按钮的对象列表是实时更新的，而主对象列表，当删除某些对象之后，对象编号可能会出现偏差。因此，查看按钮的对象列表比较可靠一点，或者直接选中对象在下边栏进行查看）



图 4.13.11

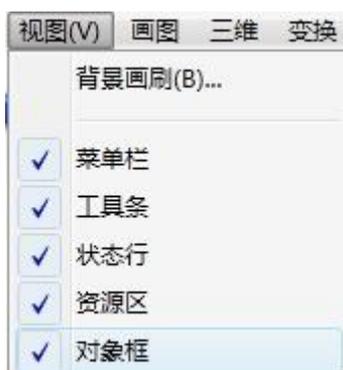


图 4.13.12



图 4.13.13

因为旋转度数是 180，比例是 1，因此按钮的主程序应该为“*PointFlexRotate2D(3,2,180,1)*”，按钮标题为“旋转缩放点”，单击“增加动作”，然后再一次单击“确定”。

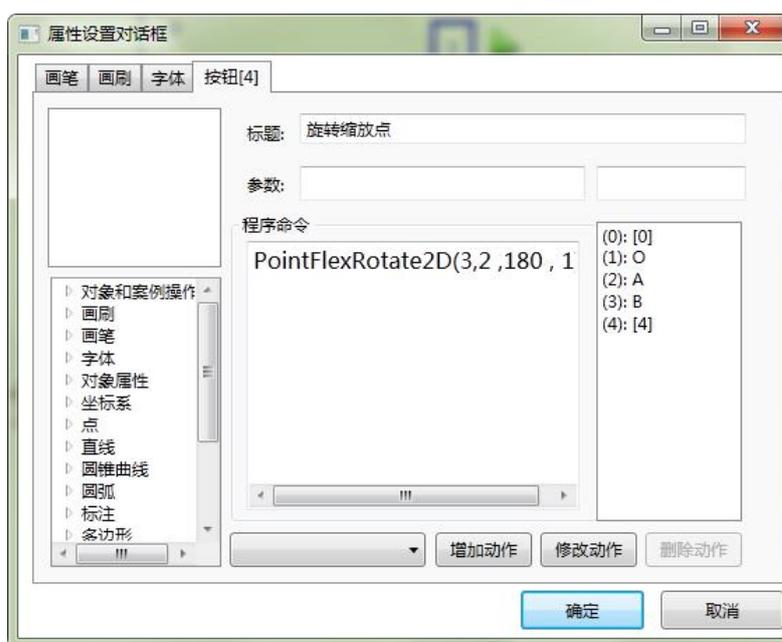


图 4.13.14

现在我们可以实现单击按钮快速做一个旋转缩放点，结果如下图所示：

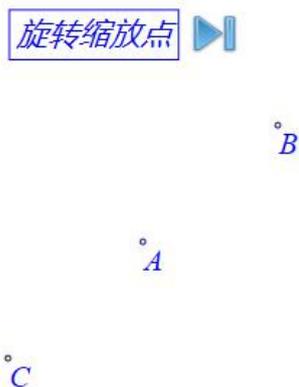


图 4.13.15

如果希望按钮的功能是让某个点（不一定是点 B ）绕点 A 旋转缩放。由于我们不知道这个点是哪个参数，因此需要利用按钮的“对象参数”。

右击按钮打开属性对话框，点击标题列表的“旋转缩放点”。

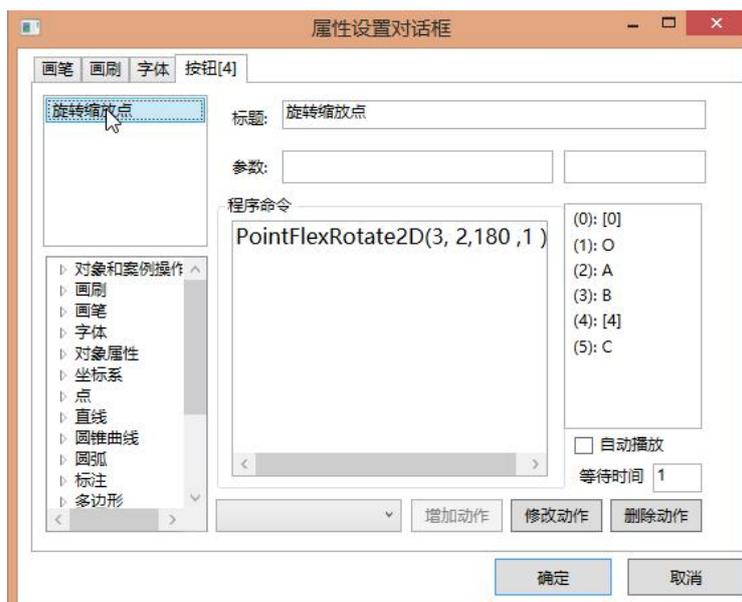


图 4.13.16

修改程序命令为：“ $PointFlexRotate2D(p, 2, 180, 1)$ ”。这时命令的意义就变为有某个点，它的编号为 p ，绕着点 A 生成一个旋转缩放点。

为了让程序知道 p 是某个点的编号，我们必须在对象参数框中输入“ $p:$ ”，然后点击下拉框，选择“点类型”，如下图所示：



图 4.13.17

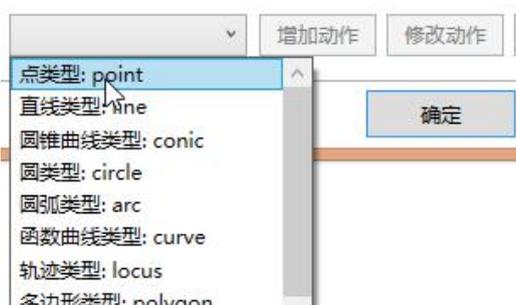


图 4.13.18

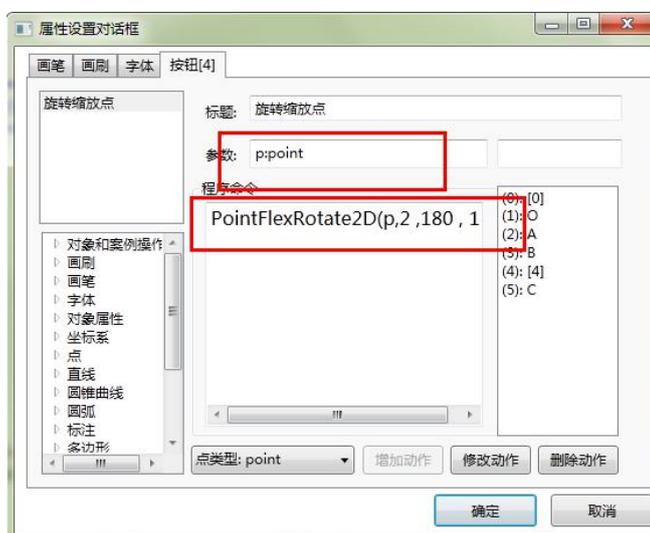


图 4.13.19

单击“修改动作”，然后再单击“确定”。这样，每一次在单击“旋转缩放点”按钮时，必须事先选择一个点，为 p 赋值，这样才能执行按钮的命令，快速生成某个点绕点 A 的旋转缩放点。例如，使用“画笔”绘制一个点 D ，选中点 D ，由于点 D 的编号是 5，此时按钮程序 p 的值就是 5，这样单击按钮就可以成点 D 绕点 A 的旋转缩放点。（注：由于限制了 p 是点类型，所以选择其他类型的对象， p 是不会有值的，因此按钮也是不会执行的。）

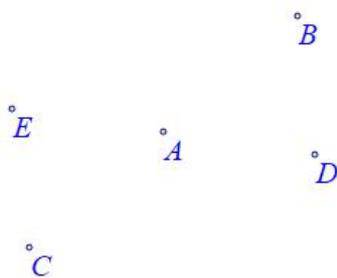


图 4.13.20

如果甚至不知道谁绕谁旋转缩放,可以再修改按钮的命令,将程序命令改为:
 “*PointFlexRotate2D(p,p1,180,1);*”,在对象参数框输入一个英文逗号隔开原来的
 代码,再添一个值——“*p1:point*”,如下图所示:

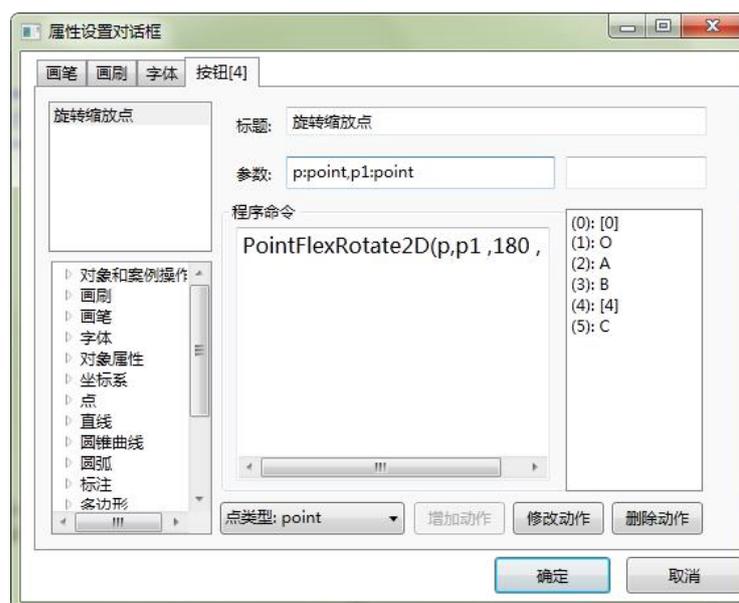


图 4.13.21

这样我们每一次我们单击按钮,要事先选择两个点,规定谁绕谁,然后单击按钮,就可以快速制作旋转缩放点。

如果希望上面的按钮的功能进一步增强——有时候我们并不知道旋转角度是多少,甚至有时候连缩放比例也是待定的,该怎么办?这时候,我们可以利用按钮的“输入参数”。

首先，打开按钮的属性对话框，将“ $PointFlexRotate2D(p,p1,180,1)$ ”修改为“ $PointFlexRotate2D(p,p1,a,s)$ ”。也就是说现在旋转角度待定为 a ，缩放比例待定为 s 。

接着，我们在按钮的右边参数输入：“ a ：”，后面输入一个提示语，如“请输入一个角度（单位度）”。然后用“##”隔开，接着输入：“ s ：请输入一个缩放比例”。然后单击“修改动作”，再单击“确定”完成按钮命令修改。

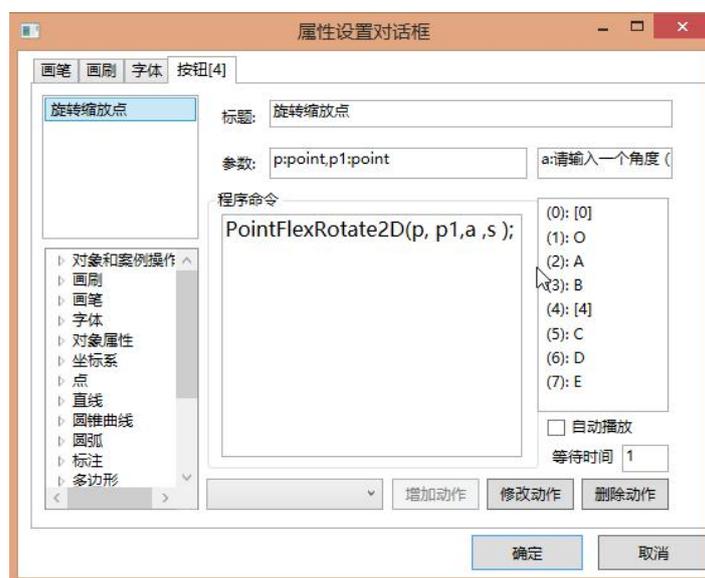


图 4.13.22

这样我们每一次选择两个点之后，再单击按钮就会有二个输入框弹出要求你输入二个值，如下图所示：



图 4.13.23

如果希望二个窗口有二个默认的值，则可以把“输入参数框”中的内容改为：

“ $a=180$:请输入一个角度（单位度）## $s=1$:请输入一个缩放比例”。这样输入信息就会有默认值提供参考，如下图所示：



图 4.13.24

需要理解的是，就是利用按钮“输入参数”输入的值并不是赋值给 a 和 s ， a 和 s 只是起一个临时名称的作用，也就是说，如果在按钮里面用测量函数测量 a ，其结果是你输入的值（该值可能是一个变量），而不是原来的 a 。

4.14、图形变换

Hawgent 皓骏提供的变换都是常见的，因此这里只是简单介绍用法。

“反射”：选择任意一个对象以及一条线段（射线、直线），可以激活该菜单，做出关于线段对称的轴对称图形。



图 4.14.1

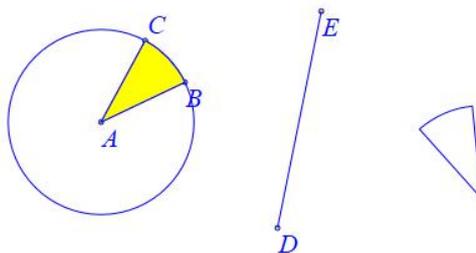


图 4.14.2

“平移”：选择任意一个对象，以及两个点，可以激活该菜单。



图 4.14.3

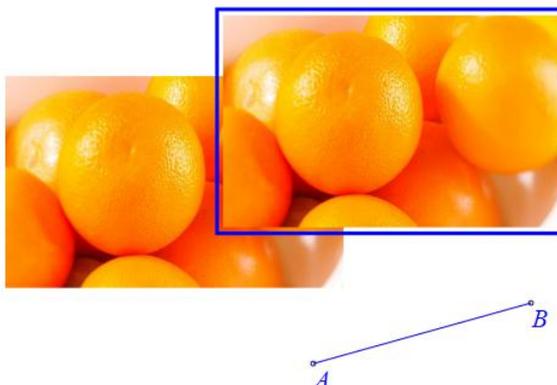


图 4.14.4

“数字平移”：选择任意一个对象可以激活该菜单。

“旋转”：选择任意一个对象，以及一个点（作为旋转中心）可以激活该菜单。

“数字旋转”：选择任意一个对象可以激活该菜单。

“放缩”：选择任意一个对象，以及一个点（作为放缩中心）可以激活该菜单。

“数字放缩”：选择任意一个对象可以激活该菜单。

“坐标系到三角形仿射变换”：选择任意一个对象以及三个点可以激活该菜

单。

“三角形到三角形仿射变换”：选择任意一个对象以及六个点可以激活该菜单。

仿射变换是一个非常重要的变换，这个变换涵盖了上面所有的变换。我们重点介绍“三角形到三角形仿射变换”的数学原理以及对应的数学公式（标准三角形指 $(0,0)$ ， $(0,1)$ ， $(1,0)$ 三个点构成的三角形）。

使用“画笔”绘制六个点，插入一张图片。

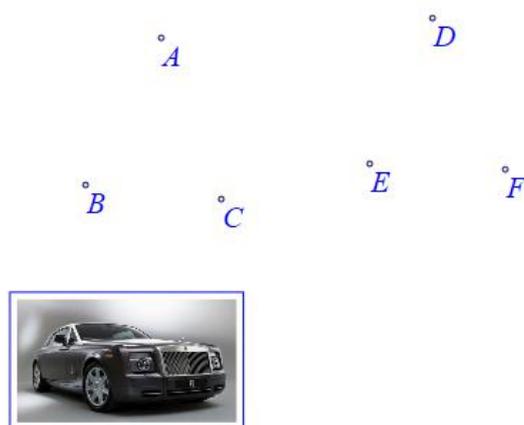


图 4.14.5

选择图片，依次选择点 B 、点 C 、点 A ，点 E ，点 F ，点 D ，点击“变换”菜单的“三角形到三角形仿射变换”命令。

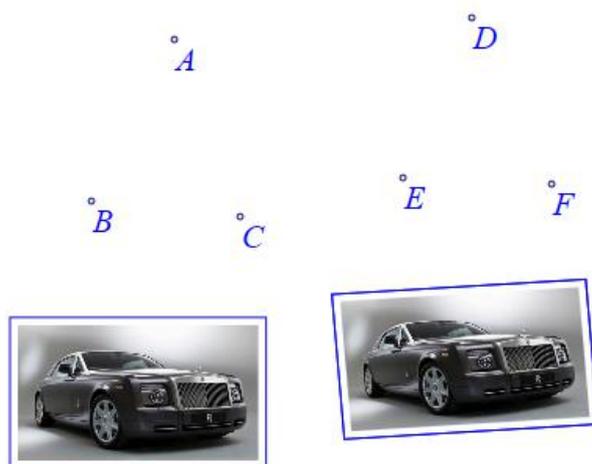


图 4.14.6

上面选择点的顺序是有要求的，前面三个点构成一个仿射坐标系，后面三个点构成另外一个仿射坐标系，生成的变换对象是当原对象所处的第一个仿射坐标系变为第二个仿射坐标系时，对象的新状态。其中，第一个点为原点，第二个点是 x 轴上的 $(0,1)$ 点，第三个点是 y 轴上的 $(1,0)$ 点（注：此处的 x 轴与 y 轴不是指平面直角坐标系的 x 轴和 y 轴，这里只是为方便叙述）。

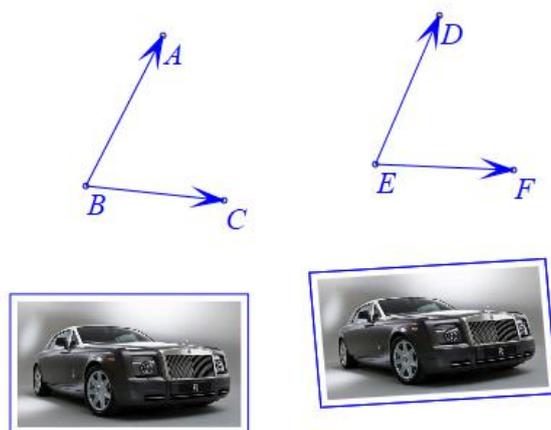


图 4.14.7

当点 A 、点 C 相对于点 B 的位置关系，与点 D 、点 F 相对于点 E 的位置关系一样时，此时的仿射变换相当于平移。

当点 B 与点 E 是同一点时，且点 D 、点 F 分别是点 A 与点 C 关于点 B 的旋

转点，则仿射变换则相当于关于点 B 的旋转。对于“放缩”可做类似推导。

另一个需要注意的是，“三角形到标准三角形仿射变换”实际的操作是“标准三角形到三角形仿射变换”，例如，如果选择一个对象，然后依次选择点 B 、点 C 、点 A ，点击“三角形到标准三角形仿射变换”，结果如下：

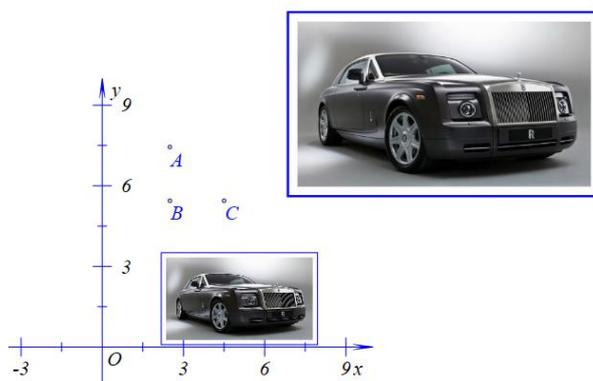


图 4.14.8

设点 B 的坐标为 (a,b) ， A 的坐标为 $(a,b+2)$ ， C 的坐标为 $(a+2,b)$ ，则仿射变换相当于，对原对象相对于系统坐标系做“数字平移”为 (a, b) ，然后放大一倍，因此“三角形到标准三角形仿射变换”实际的操作是“标准三角形到三角形仿射变换”。

后面我们做一个对比，如果点 E 、点 D 、点 F 构成的三角形是标准三角形，选择图片，依次选择点 B 、点 C 、点 A ，点 E ，点 F ，点 D ，点击“变换”菜单的“三角形到三角形仿射变换”命令。结果如下：

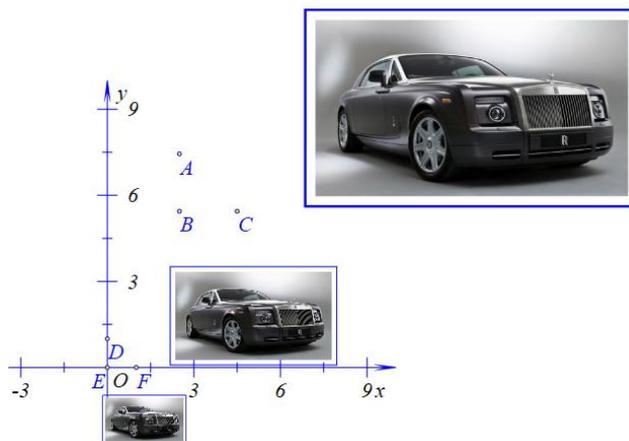


图 4.14.9

从结果的不同再一次说明“三角形到标准三角形仿射变换”实际的操作是“标准三角形到三角形仿射变换”。因此用户在使用时要多加注意，菜单也是需要修改。

后面我们来说明“标准三角形到三角形仿射变换”对应的数学公式：

$$\begin{cases} x' = a_1x + b_1y + x_0 \\ y' = a_2x + b_2y + y_0 \end{cases}$$

从前面的说明可知，点 B 的横坐标与纵坐标即为 x_0 与 y_0 ，而 $a_1=A$ 的横坐标相对于 B 的横坐标的偏移量，即 $a_1 = x_A - x_B$ ，同理 $b_1 = y_A - y_B$ ， $a_2 = x_C - x_B$ ， $b_2 = y_C - y_B$ 。

4.15、程序按钮

本节主要按钮的程序语言的一些简单的用法。

1, *for* 函数的使用:

新建一个按钮, 标题为“前 n 项求和”, 输入参数为: “ n :请输入一个正整数”

程序命令为:

```
sum=0;
for(i=1;greaterEq1(n,i);i=i+1)
{
sum=sum+i;
};
MeasureExpression(sum, , );
```

(注: 程序中的任何符号都是英语状态下输入的; 分号与逗号都要使用正确且不能省略; 分号的作用是区分两个命令; *greaterEq1(n,i)*表示当 n 大于等于 i 时, 其值为 1, 否则为 0, 具体涉及到的函数可参见《皓骏动态数学资源软件函数使用指南》。)

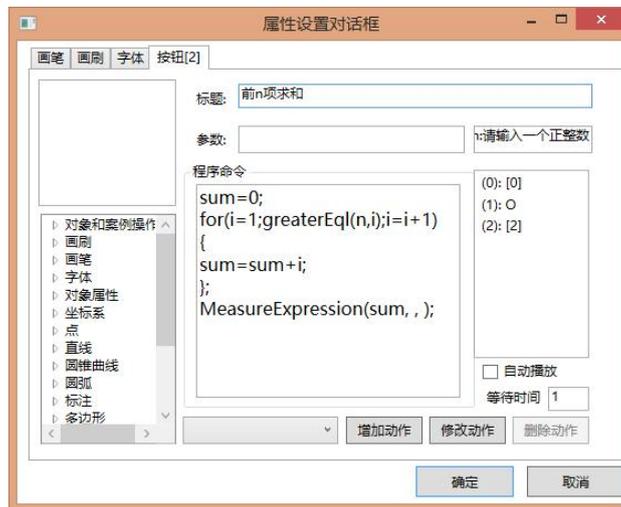


图 4.15.1

单击“增加动作”, 然后单击“确定”完成之后, 点击按钮绿色部分, 启动按钮, 输入 10。



图 4.15.2



图 4.15.3

2, if 函数的使用:

新建一个按钮，标题为“前 n 项偶数求和”，输入参数为：“ n :请输入一个正整数”。

程序命令为:

```
sum=0;
for(i=1;greaterEq1(n,i);i=i+1)
{
if(eql(i,2*floor(i/2)))
{sum=sum+i;};
};
MeasureExpression(sum, , );
```

(注: $eql(i,2*floor(i/2))$ 表示当 i 等于 $2*floor(i/2)$ 时, 其值为 1, 否则为 0。)

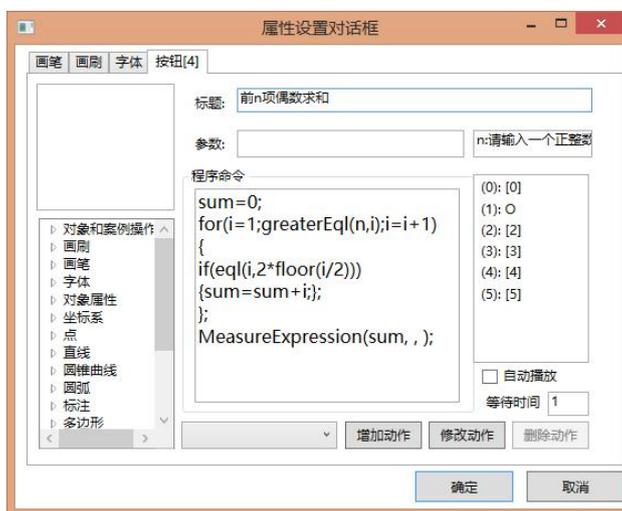


图 4.15.4

单击“增加动作”，然后单击“确定”完成之后，点击按钮绿色部分，启动按钮，输入 10。



图 4.15.5



图 4.15.6

3, *else* 函数的使用:

新建一个按钮，标题为“前 n 项交错求和”，输入参数为：“ n :请输入一个正整数”

程序命令为:

```
sum=0;
for(i=1;greaterEq(n,i);i=i+1)
{
if(eql(i,2*floor(i/2)))
{sum=sum+i;}
else{sum=sum-i;}
};
MeasureExpression(sum, , );
```

(注：*if* 函数和 *else* 函数是一起使用的，所以 *if* 函数后面的大括号后边不能加分号，否则 *else* 将不执行，最终结果与上面的例子相同。)

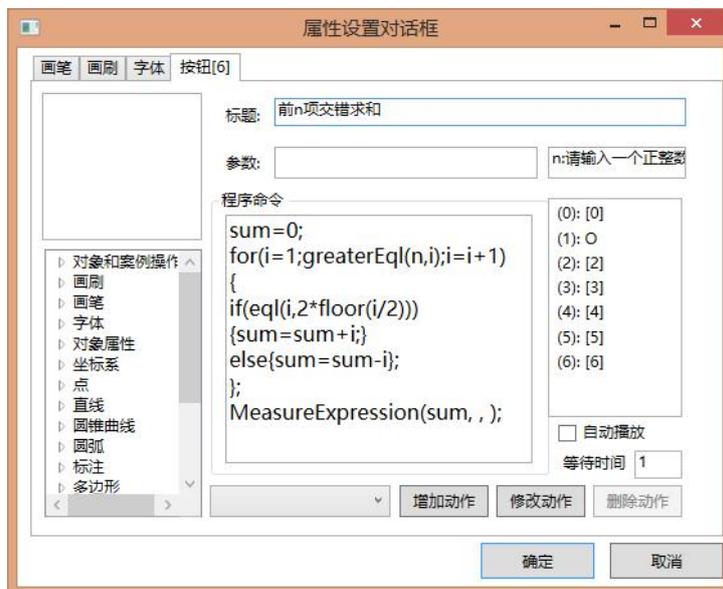


图 4.15.7

单击“增加动作”，然后单击“确定”完成之后，点击按钮绿色部分，启动按钮，输入 10。



图 4.15.8

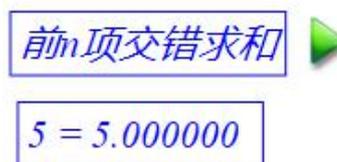


图 4.15.9

4, *elseif* 函数的使用

新建一个按钮，标题为“前 n 项 3 倍数的奇数求和”，输入参数为：“ n :请输入一个正整数”

程序命令为：

```
sum=0;
for(i=1;greaterEq1(n,i);i=i+1)
{
if(eql(i,2*floor(i/2)))
{}
elseif(eql(i,3*floor(i/3)))
{sum=sum+i};
};
MeasureExpression(sum, , );
```

(注：*if* 函数和 *elseif* 函数是一起使用的，所以 *if* 函数后面的大括号后边不能加分号，否则 *elseif* 将不执行)

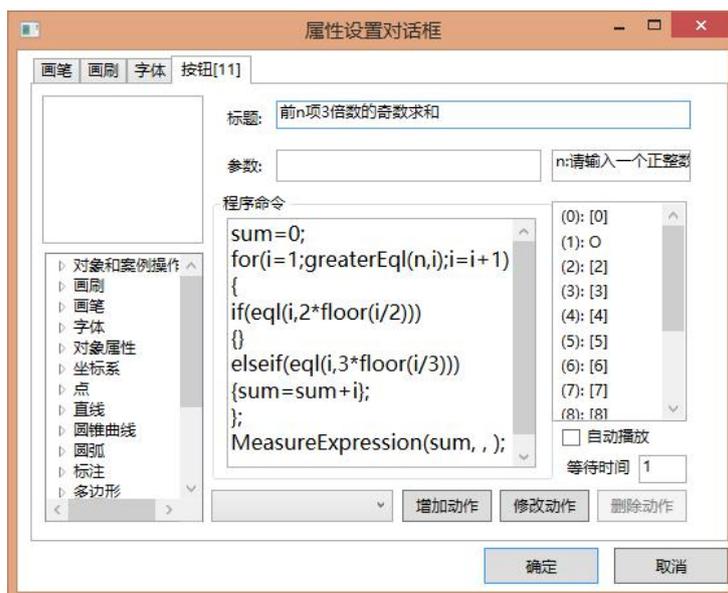


图 4.15.10

单击“增加动作”，然后单击“确定”完成之后，点击按钮绿色部分，启动按钮，输入 10。



图 4.15.11

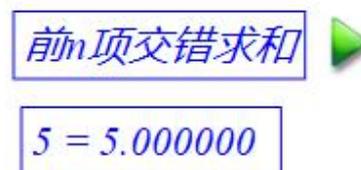


图 4.15.12

5, while 函数的使用:

新建一个按钮，标题为“前 n 项求和”，输入参数为：“ n :请输入一个正整数”

程序命令为:

```
sum=0;
i=1;
while(greaterEq(n,i))
{
sum=sum+i;
i=i+1;
};
MeasureExpression(sum, , );
```

(注：*if*函数和 *while* 函数效果是差不多的，唯一的区别是使用 *while* 函数至少执行一次循环体。)

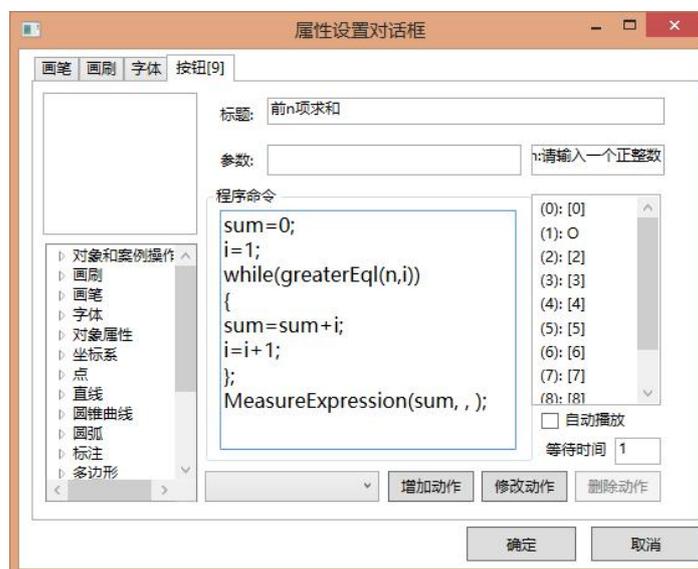


图 4.15.13

单击“增加动作”，然后单击“确定”完成之后，点击按钮绿色部分，启动按钮，输入 10。



图 4.15.14

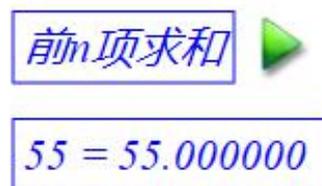


图 4.15.15

6, 菜单函数的使用:

这里我们使用一个简单的例子来理解一些在按钮中使用菜单函数技巧 (注: 绝大多数的菜单函数都能在按钮的函数库中找到)

新建一个按钮, 标题为“作中点”, 对象参数为: “*p1:point,p2:point*”

程序命令为:

m1=MeasureCoordinateX(p1, ,);

```
m2=MeasureCoordinateY(p1, , );  
m3=MeasureCoordinateX(p2, , );  
m4=MeasureCoordinateY(p2, , );  
x1=MeasureVar(m1);  
y1=MeasureVar(m2);  
x2=MeasureVar(m3);  
y2=MeasureVar(m4);  
HideObj(m1,m2,m3,m4);  
CoordPoint((x1+x2)/2,(y1+y2)/2);
```

虽然 Hawgent 皓骏已经有现成的函数作两点的中点，但是我们可以自己定义作中点的命令。我们来解释一下菜单的命令。

首先，前面通过对按钮的了解我们可以知道，执行该按钮的命令，需要选择两个点，此时， $p1$ 与 $p2$ 都有特定的值，分别是两个点的编号。

$m1=MeasureCoordinateX(p1, ,);$ 这一条命令是测量 $p1$ 的 x 坐标，并将测量文本的编号赋值给 $m1$ ，此时 $m1$ 即代表测量 $p1$ 的 x 坐标的测量文本。（注：任何生成对象的函数，返回的值都是对象的编号。例如： $line=Segment(p1,p2);$ 表示连接点 $p1$ 和 $p2$ 构成线段，并把线段的编号的值赋给 $line$ 这个符号，这样就方便后面的命令进行调用）

对于 $m2=MeasureCoordinateY(p1, ,); m3=MeasureCoordinateX(p2, ,);$

$m4=MeasureCoordinateY(p2, ,);$ 的解释是相同的。

后 面
 $x1=MeasureVar(m1);y1=MeasureVar(m2);x2=MeasureVar(m3);y2=MeasureVar(m4);$
就不是与上面相同了。 $MeasureVar(nobj)$ 这个函数是获取测量文本 $nobj$ 的测量变量， $MeasureVar(nobj)$ 中的参数编号如果是-1 或非测量对象，它返回的是下一个测量值；注意，函数 $MeasureVar()$ 必须有参数。因此， $x1, x2, y1$ 和 $y2$ 的值相当于两个点的坐标值。

后面 $HideObj(m1,m2,m3,m4);$ 表示隐藏四个测量文本。

最后面的命令 $CoordPoint((x1+x2)/2,(y1+y2)/2)$;表示绘制一个坐标点—— $p1$ 和 $p2$ 的中点。

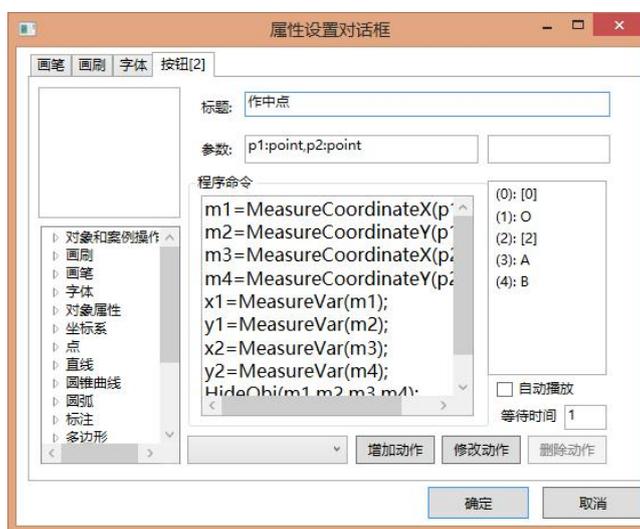


图 4.15.16

单击“增加动作”，然后单击“确定”完成之后，选择两个点，点击按钮绿色部分。



图 4.15.17

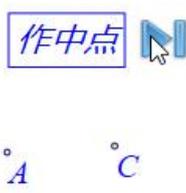


图 4.15.18



图 4.15.19

团队介绍

Hawgent 皓骏数学技术团队由数学、计算机、数学教育等学科领域的专业队伍和具有丰富一线教学经验的优秀数学教师共同组成.

Hawgent 皓骏数学技术团队中的核心成员从 20 世纪 90 年代就开始了动态数学技术的理论研究、技术开发和教学应用等方面的工作.

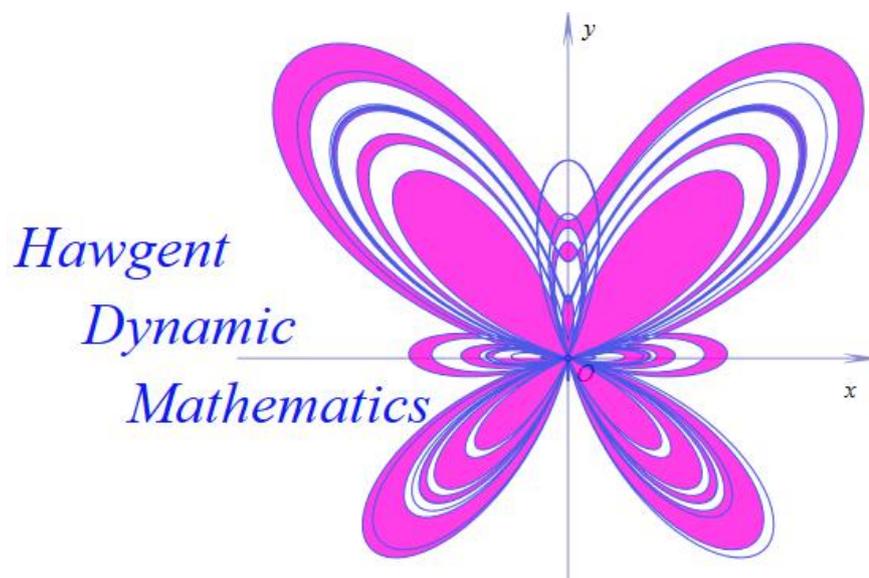
Hawgent 皓骏数学技术团队所开发的动态数学教学软件在国内外数学教育界、教育信息技术等领域都产生了广泛而重要的影响.

自 2002 年起, **Hawgent 皓骏**数学技术团队陆续在北大附中、华南师大附中、广州四十七中等 20 多所中学开展了动态数学探究实验课程.

承担和参与了广州市景中实验中学、广东广雅中学、广州市执信中学等几十多所学校数学实验室的策划、设计、建设和应用工作.

出版或编写了《专题数学实验》(小学版、初中版、高中版)、《同步数学实验》(小学版、初中班、高中版)、《动态解析高考数学综合题》、《动态解析中考数学压轴题》、《技术帮你学数学:图形与变换》、《技术帮你学数学:研究与实验》、《技术帮你学数学:运动与关系》、《奇妙的曲线》、《形形色色的曲线》等专著十几种.

Hawgent 皓骏数学技术团队的愿景:让更多的人喜欢数学、学好数学.



地址：广州市越秀区盘福路朱紫后街 1 号 2 楼

北京市昌平区科星西路 106 号 4 栋 3 楼

邮件：11033149@qq.com

电话：020-36280771

网站：www.hawgent.com

QQ 群：367878041

