01-B-04 图形的分类

【实验目的】

适合内容：分类与整理.

了解多边形分类的原则.

通过对图形进行分类，了解它们的性质.

利用边长与角度研究图形的大小与形状.

【前期准备】

对正方形、长方形、菱形、平行四边形、等腰梯形、直角梯形、等腰直角三角形、直角三角形、等腰三角形和等边三角形等具有了一定的认识.

【实验过程】

1，三角形的分类

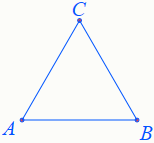
我们知道的三角形包括：等边三角形、等腰直角三角形、等腰三角形、直角三角形和任意三角形. 那么这些三角形之间具有哪些区别与联系呢？接下来，我们进行具体的研究和讨论.

讨论问题首先需要确定一个标准，而对于三角形来说我们最为熟悉的就是边长和角度，因此我们可以从这两方面就行探索与分类.

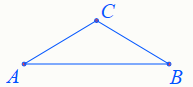
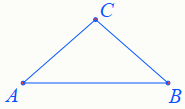
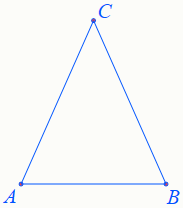
（1）按照边长分类

按照边长进行分类研究三角形时，最特殊的莫过于三条边都相等的等边三角形了.

打开文件“图形的分类.dmr”，如下图所示，有一个等边三角形ABC. 点A或点B被拖动过程中，等边三角形的大小与位置会发生变化，但是我们发现它的形状始终不变. 如果拖动点C，那么整个三角形就会被拖动，三角形的形状与大小也始终不会发生改变.



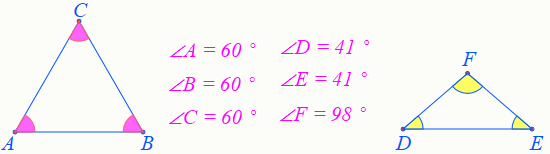
当只有两条边相等时，就是我们熟悉的等腰三角形. 进入文件“图形的分类.dmr”的下一页，如下图所示，有一个等腰三角形ABC. 点A或点B被拖动过程中，等腰三角形的大小与位置会发生变化，但是我们发现它的形状始终不变. 如果拖动点C，那么始终有AC等于BC，但是等腰三角形的形状就会发改变.

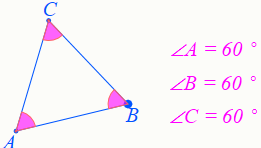
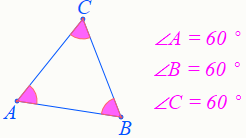
问题是什么叫做形状改变？

对于多边形来说，除了边长之外还有角度. 边长会影响图形的大小，而角度会影响图形的形状.

进入文件“图形的分类.dmr”的下一页，如下图所示，有一个等边三角形ABC和等腰三角形DEF.

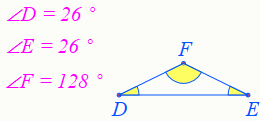
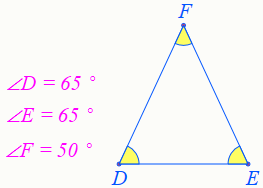


拖动点A、点B或点C，观察三角形ABC三个角度的变化情况，如下图所示.

可以发现，在等边三角形当中，无论它的三条边长如何改变，它的三个角都是60°，始终不变.

拖动点D、点E或点F，观察三角形DEF三个角度的变化情况，如下图所示.

可以发现，在当腰三角形当中，始终有两个角是相等的. 这两个角又分别是两个腰所对的角，被称为等腰三角形的底角，另外一个角被称之为等腰三角形的顶角. 顶角所在的两条边是等腰三角形中两条相等的腰. 顶角所对的边是等腰三角形的底边.

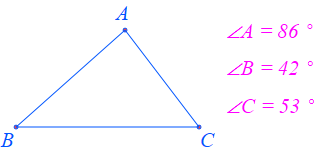
那么，我们可以认为，等边三角形的形状始终保持不变；而等腰三角形有时会变苗条，这时顶角会变小而底角会变大；有时会变粗壮，这时顶角会变大而底角会变小.

看来，三角形的边长只会影响它的大小，而不会影响它形状；而三角形的形状发生改变时，它的角度与边长都会发生改变.

那么对于三角形来说，我们就可以得到下面的结论：

当角度改变时，边长一定会改变，而三角形的形状就会发生改变；当边长改变时，角度不一定改变，因此三角形的形状不一定改变.

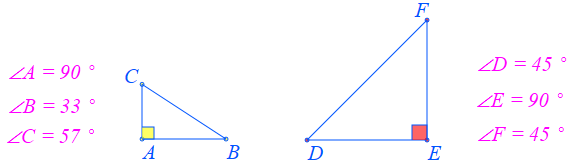
而对于一个形状可以任意改变的三角形来说，实际上是它的角度可以任意改变. 进入文件“图形的分类.dmr”的下一页，如下图所示，是一个任意三角形. 拖动它的顶点，感受和认识一下形状可以任意改变的三角形吧.



（2）按照角度分类

如果按照角度对三角形进行分类，那么我们最熟悉的特殊三角形就是直角三角形了，而等腰直角三角形又是最特殊的直角三角形.

进入文件“图形的分类.dmr”的下一页，如下图所示，有一个直角三角形和一个等腰直角三角形，点A、点B、点C、点D、点E和点F可以被任意拖动，观察和研究它们各自对图形的影响，从而了解直角三角形和等腰直角三角形的性质.

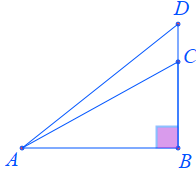


通过角度的测量结果我们知道：直角为90°.

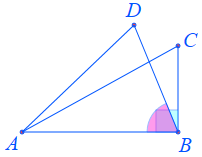
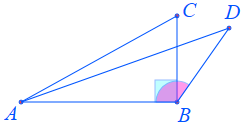
我们还发现，在等腰直角三角形当中，有两个相等的角，始终等于45°不变.

那么与直角三角形相对的是哪类三角形呢？

进入文件“图形的分类.dmr”的下一页，如下图所示，有两个直角三角形ABC和ABD，它们有一条公共边AB.



拖动点D，让三角形ABD的边BD在∠ABC的内部，如下图所示，红色的角的一条边在绿色直角的内部，这说明红色的角比绿色的直角小. 我们把比直角小的角称作锐角.

拖动点D，让三角形ABD的边BD在∠ABC的外部，如下图所示，红色的角的一条边在绿色直角的外部，这说明红色的角比绿色的直角大. 我们把比直角大的角称作钝角.

如果在一个三角形当中，有一个角是直角，那么就把它称作为直角三角形.

如果在一个三角形当中，有一个角是钝角，那么就把它称作为钝角三角形.

如果在一个三角形当中，没有直角也没有钝角，那么就把它称作为锐角三角形.

那么，

在一个钝角三角形当中，是否可能有两个或三个钝角？

在一个直角三角形当中是否可能有两个或三个直角？

在一个锐角三角形当中共有多少个锐角？

请你自己动手试试看.

实际上，通过等边三角形和等腰直角三角形的三个角度的测量结果能够很轻松计算出：

三角形的三个角之和等于180°.

在任意三角形当中，把三个角的测量值加起来，也是180°. 所以，我们就可以认为：

三角形的三个角之和等于180°.

那么就可以轻松地回答上面的几个问题了？

问题是，为什么三角形的三个角之和等于180°？

实际上，也可以按照角度是否相等进行分类. 例如：

在一个三角形当中，有三个角都是相等的.

在一个三角形当中，只有两个角是相等的.

在一个三角形当中，所有的角都不相等.

但是，我们知道：

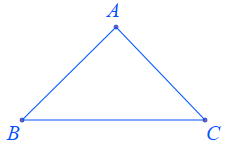
等边三角形当中，所有的边都相等，所有的角也都相等. 因此，有三个角相等的三角形是等边三角形.

等腰三角形当中，两条腰长相等，两个底角也相等. 因此，有两个角相等的三角形是等腰三角形.

看来，在一个三角形当中，边与边之间的关系影响着角与角之间的关系.

前面我们已经讨论过按照边长相等关系对三角形进行分类了，那么就不需要再讨论按照角度相等关系对三角形进行分类了.

问题在于，在现实生活中，如何知道三角形的两条边长是否相等或两个角度是否相等，如果确定一个角是直角还是钝角或锐角？因为通过肉眼观察还是不够的. 例如下面的一个图形，是否有相等的线段？是否有钝角或直角？



这就需要今后学习了测量角度和长度的方法之后才能准确地回答这些问题.

2，四边形的分类

与三角形的类似之处在于，四边形有四条边和四个角. 因此我们也可以按照是否有相等的角或者是否有相等的边进行分类.

与三角形的不同之处也是，四边形有四条边和四个角. 三角形的每两条边之间都有一个交点，从而组成了三角形的三个顶点；然而四边形的两组对边不一定都有交点，例如正方形、长方形、菱形、平行四边形的每一组对边都没有交点，梯形当中也有一组对边没有交点. 因此，我们还可以按照对边是否有交点对四边形进行分类.

（1）对边平行

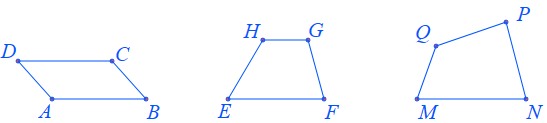
在一个平面内，我们把不想交的两条直线，称作平行.

例如，我们熟悉的平行四边形，它的每一组对边就是平行的，这也是它的名称的由来：由两组对边平行的四边形就是平行四边形.

有两组对边平行的四边形，还包括菱形、长方形和正方形，它们都是特殊的平行四边形.

梯形是只有一组对边平行的四边形，包括等腰梯形和直角梯形等特殊的梯形.

进入文件“图形的分类.dmr”的下一页，如下图所示，有一个平行四边形、一个梯形和一个任意四边形.



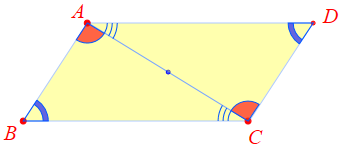
平行四边形ABCD的顶点都可以被拖动，从而改变平行四边形的形状与大小，但是两组对边平行的性质保持不变.

梯形EFGH的顶点都可以可以被拖动，从而改变梯形的形状与大小，但是只有一组对边平行的性质保持不变.

任意四边形MNPQ的顶点都可以可以被拖动，从而改变四边形的形状与大小，但是每一组对边都不平行.

前面我们研究三角形的过程中，我们发现三角形的边长关系影响角度关系. 那么在四边形当中，两条边的平行关系是否也会影响角度关系呢？

前面我们研究三角形通过拼接而得到平行四边形的过程中，如下图所示可以把平行四边形ABCD看作是把三角形ABC绕AC的中点旋转后与原来的图形拼接而得到的.



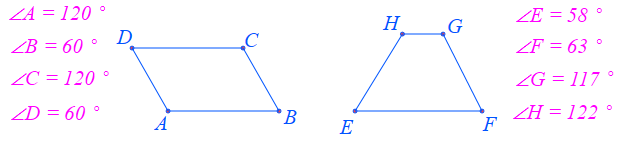
那么我们立刻就可以得到以下结论：

四边形的四个角之和，等于两个三角形的六个角之和，等于180°+180°=360°.

具有相同标示符号的角度相等，那么相对的两组角相等，即：∠A=∠C、∠B=∠D；相邻的两个角之和等于180°，这是因为：∠A+∠B+∠C+∠D=2(∠A+∠B)=360°.

在正方形或长方形当中，这两个结论显然成立.

进入文件“图形的分类.dmr”的下一页，如下图所示，有一个平行四边形和一个梯形以及每个角度的测量值. 通过这些测量数据请你检验上面的结论.

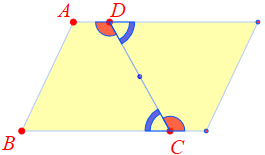


对于梯形来说，以腰为公共边的两个角之和等于180°，而以底边为公共边的两个角之和并不等于180°.

我们知道，把梯形绕着它的一条腰的中点旋转之后可以拼接成为一个平行四边形，如下图所示，因此我们也可以通过平行四边形的性质推导出梯形的性质. 并且由此我们可以得到以下结论：

由于红色角与蓝色角之和等于180°，可以知道180°的角的两条边在同一条直线上，因此180°的角被称之为平角，即：角的两边是平的，没有弯折.

有一条线段的两个端点分别在两条平行线上，结果就形成了四个角. 以这条线为公共边的两个角，若另外一条边的方向相同，那么这两个角之和等于180°，例如红色的角与蓝色的角；若另外一条边方向相反，那么这两个角相等，例如红色的角与红色的角，蓝色的角与蓝色的角.



这实际上都是因为旋转过程中，角的大小不变而产生的结论.

这是由边的平行关系所得到的角度之间的关系.

（2）邻边相等

对于四边形的边来说，除了边与边之间的平行关系，还有边与边之间的相等关系.

（3）

还有哪些分类方式?

【拓展练习】

1，等边三角形的三个角各是多少？把三个角加起来是多少？等腰直角三角形的三个内角各是多少？把三个角加起来是多少？在其他三角形当中，三个角加起来是否还等于这个数？

2，

【思考问题】

1，在三角形当中我们发现，相等的边所对的角也相等；那么是否也存在较大的边所对的角也较大，较小的边所对的角也较小？通过实验探索和验证你所得到的结论.